



TITLE:

構造物の信頼性・経済性と設計法  
に関する基礎的研究(  
Dissertation\_全文)

AUTHOR(S):

小山, 健

---

CITATION:

小山, 健. 構造物の信頼性・経済性と設計法に関する基礎的研究. 京都大学, 1984, 工学博士

ISSUE DATE:

1984-07-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r5353>

RIGHT:

構造物の信頼性・経済性と  
設計法に関する基礎的研究

昭和59年2月

小 山 健

# 構造物の信頼性・経済性と 設計法に関する基礎的研究

昭和59年2月

小 山 健

## 目 次

第1章 緒論 .....	1
第2章 設計法概説 .....	5
2.1 許容応力度設計法 .....	5
2.1.1 序 .....	5
2.1.2 設計方法および許容応力度 .....	5
2.1.3 問題点 .....	6
2.1.4 まとめ .....	6
2.2 終局強度設計法 .....	7
2.2.1 設計方法および荷重係数 .....	7
2.2.2 問題点およびまとめ .....	9
2.3 限界状態設計法 .....	9
2.3.1 序 .....	9
2.3.2 設計方法および特性値 .....	10
2.3.3 問題点およびまとめ .....	12
2.4 鉄筋コンクリート部材に関する許容応力度設計法と限界状態設計法の一比較 .	12
2.4.1 序 .....	12
2.4.2 比較方法 .....	13
2.4.3 計算結果及び考察 .....	13
2.5 あとがき .....	17
参考文献 .....	18

第3章 種々な確率分布の標準化変数による表現 .....	20
3.1 序 .....	20
3.2 標準化変数による表現 .....	20
3.2.1 序 .....	20
3.2.2 正規分布 .....	21
3.2.3 ワイブル分布 .....	21
3.2.4 ベータ分布 .....	22
3.2.5 グンベル分布 .....	24
3.2.6 対数正規分布 .....	24
3.3 図表および各確率変数の特徴 .....	25
3.3.1 図表 .....	25
3.3.2 各確率分布の特徴 .....	30
3.4 限界状態設計法における特性値について .....	30
3.5 まとめ .....	33
参考文献 .....	34
第4章 信頼性設計法における安全性指標の有効性 .....	35
4.1 信頼性理論概説 .....	35
4.2 構造物の破壊確率 .....	36
4.3 安全性指標の有効性について .....	38
4.3.1 2次モーメント安全性指標 .....	38
4.3.2 荷重係数または部分安全係数決定の際の安全性指標の果す役割 .....	45
4.3.3 2次モーメント安全性指標の不変性の欠如について .....	46
4.4 Hasofer / Lind の安全性指標 .....	47
4.5 安全性指標の計算法 .....	49
4.5.1 Hasofer / Lind による方法 .....	49
4.5.2 Parkinson による方法 .....	49

4.5.3	Rackwitz による方法	50
4.5.4	長 による方法	52
4.5.5	計算例	53
4.6	モンテカルロ法による破壊確率の計算	59
4.6.1	効率のよい Hannus の方法	59
4.6.2	計算例	62
4.7	まとめ	64
	参考文献	65
第5章	コード・キャリブレーション	68
5.1	コード・キャリブレーション概説	68
5.2	コンクリート構造部材のコード・キャリブレーションの方法	68
5.2.1	序	68
5.2.2	現行設計の安全性レベルの評価方法	69
5.2.3	整合式による方法	74
5.2.4	目標安全性指標による方法	78
5.2.5	パラメタの決定法	79
5.3	計算例	80
5.3.1	計算に用いるデータ	80
5.3.2	計算結果	81
5.3.3	考察	82
5.4	断面形状の違いの影響	92
5.4.1	T形はり断面を含めたコード・キャリブレーションの方法	92
5.4.2	計算結果および考察	93
5.5	まとめ	94
5.6	あとがき	95
	参考文献	96



第6章 構造物の設計に対する経済性の問題 .....	99
6.1 概説 .....	99
6.2 最適設計における計算の効率化 .....	100
6.2.1 計算の効率化概要 .....	100
6.2.2 計算の効率向上を図るための手法 .....	101
6.2.3 計算例 .....	105
6.3 信頼性を条件としたトラスの最適設計 .....	117
6.3.1 信頼性を条件とした最適設計概説 .....	117
6.3.2 定式化 .....	117
6.3.3 計算例 .....	118
6.4 まとめ .....	129
参考文献 .....	130
第7章 経済性の問題に対するエントロピー理論の応用 .....	133
7.1 概説 .....	133
7.2 エントロピー最大化手法 .....	136
7.2.1 あいまいさの尺度としてのエントロピー .....	136
7.2.2 設計法におけるあいまいさ .....	137
7.2.3 従来の費用配分モデル .....	139
7.2.4 エントロピー最大化説による費用配分モデル .....	141
7.3 計算例 .....	144
7.4 計量経済学におけるロジット・モデルとの関連性について .....	147
7.5 まとめ .....	148
参考文献 .....	149
第8章 結論 .....	151
謝辞 .....	156
付録 .....	157

## 第1章 緒 論

土木構造物のほとんどは、公共投資として、わが国の社会資本の蓄積としての価値を有している。従って、土木構造物全体あるいは、構造物を構成する部材断面などの、安全性及び経済性を論議しようとするのは当然であろう。それは、構造物あるいは構造物を取り巻くシステム全体が、その初期から機能の喪失までの期間十分に所期の目的を遂行すべく安全で経済的でなくてはならないからである。しかも、人命・財産の尊重の点から、安全度の確保には精度の高い信頼性が要求される。従って、その評価のための方法論の確立を目指した研究は、土木構造物の設計の合理化という点から考えて重要であり、本研究の主目的もそこにある。

土木構造物の安全性の問題については、現在のところ、新しい設計法への移行にも関連して、確率論、統計論に基づいて、その照査を検討しようとする研究が、活発に行われている。その理由としては例えば、従来の許容応力度設計法で用いられている安全率といった概念のみでは、強度、荷重等の変動性までを考慮した、バランスのとれた安全度の確保が、必ずしも十分とは言えないからである。このような、変動性を有する強度、荷重作用等の不確実な現象を対象にして、構造物を設計し、その安全度を確保しようとする場合、確率論・統計論に基づいた考え方および手法が必要となる。従って、このような考え方に基づいた設計法に関する研究は、許容応力度設計法によって設計された構造物の安全度が、橋梁の上部と下部構造あるいはスパンの長さの違いによる死、活荷重比の組合せ等で異なることの欠点を克服し、より合理的な安全度の確保を目指す上から、後述するように、種々な困難で複雑な点はあるにしろ、今後のより一層の発展が望まれるもののうちの一つである。

土木構造物は、その公共的性格から、過去から現在まで、主として財政上の理由からその経済性が重視されてきた。一方、近年における世界的な資源の枯渇化現象に触発されて、いかに有効に資源を利用するかという問題が、今後の重要な課題となってきた。このような、資源の有効利用という点から言っても、土木構造物もその対象を免れ得ない。前述の安全性の



の問題とともに、財政上の理由に加えて、この点も含めて経済性を考えることは必要となっている。経済性の問題は、安全性の問題と相対する問題である。前述のように、土木構造物は社会資本であり、かつ個人の生命・財産を守るという点からも、安全性が重要であることは論を待たないにしろ、経済的なものでなくてもならない。バランスのとれた安全性、経済性の追求が、現在なお新しい研究課題となっている。

本研究は、以上のような安全性と経済性のよりバランスのとれた設計の合理化を図るための基礎的な資料を与えるべく、安全性の評価方法および経済的設計のための方法論を述べることを、その主目的としている。

安全性の面からは主として確率・統計論に基づいた、信頼性設計における安全性確保のための尺度となる、安全性指標の有効性について論じ、現在わが国で検討が進められているコンクリート構造物の限界状態設計法に移行する際に、安全性指標が果たす役割を論じた。

経済性の面からは主として、最適設計における計算の効率化と、信頼性（破壊確率）を条件とした最適設計を取り上げて、経済性および信頼性との関係を論じた。さらに、総費用最小化の原則による構造物の期待損失費用モデルを、簡単なエントロピー費用配分モデルに置き換えて、経済性の問題を検討した。このモデルによって、人間（設計者）の主観が入り込む部分で、破壊まで考慮に入れた場合の最適費用配分比率を求め、その有効性を論じている。

なお、本研究の概要を述べると以下のようなものである。

第2章では、代表的と思われる設計法、すなわち許容応力度設計法、終局強度設計法、限界状態設計法の3種の設計法について、各設計法が安全性の確保をする上で、どのような設計思想を持っているかを、それぞれにつき設計書式を示すとともに論じた。またその場合の各設計法における安全性の確保のための問題点を指摘した。さらに、許容応力度設計法と限界状態設計法の両設計法における計算結果の違いについて、計算例を通して調べた。

第3章では、主として信頼性理論でよく用いられる、いくつかの確率分布について、それぞれの標準化変数（平均値 0，分散 1）で表現された一般式と図表を示し、それらの分布の特徴を調べた。

限界状態設計法では、特性値が用いられる。一般には、特性値は、それを下まわる（上まわる）確率が5%となるような値として定義される。この場合、変数は正規分布に従うものとしているが、変数が正規分布に従うとは限らない。その場合の特性値と、正規分布に従うものと

した場合の特性値との誤差を調べた。

第4章では、第2章で論じた各設計法に対して指摘された安全性の確保の不十分さを改善すべく考えられた設計法である、信頼性理論に基づく設計法を初めに概説した。信頼性理論に基づく設計法では、安全性の確保は、構造物の破壊確率によって一般になされる。しかしながら、統計データの不足に加えて土木構造物のような複雑な構造物では、破壊確率を精度良く求めることは困難で、一般には不可能に近い。従って、破壊確率を安全性の確保のための尺度とするのではなく、Cornell が提案したような、例えば2次モーメント安全性指標といった簡便なものを、安全性の確保のための尺度として用いた方が、現実の設計のためには、計算上便利であるばかりでなく、土木構造物のような強度、荷重等のデータが不足しているものに対しては合理的である。しかし、この安全性指標は、破壊確率との対応の良いものが望ましいことは言うまでもない。そのためには、どのような安全性指標が適当であるかを論じ、またその、第2章で述べた例えば終局強度設計法の荷重係数を決定する際の理論的根拠への有効性を論じた。なお、Monte-Carlo 法による数値計算例を通して、本研究で用いられた安全性指標が、破壊確率との対応が良いことを確認した。また、再現期待荷重のように、時間に依存する荷重に対する安全性指標の計算例についても示した。

第5章では、第4章で論じた安全性指標を用いて、鉄筋コンクリート長方形はり断面を対象にして、終局限界状態を想定した、コード・キャリブレーションを行った。それによって、現行の許容応力度設計法の平均的な安全のレベルに合せた場合の、新しい設計法に必要な各種パラメタ（強度係数等）を求めた。

求められたパラメタを用いて、終局限界状態を想定した断面の安全度のばらつきを調べたところ、ばらつきの範囲が、許容応力度設計法によったものよりも狭まることを指摘した。その結果、コード・キャリブレーションによると、安全性の確保の問題が一部改善できることがわかった。さらに、本研究では、長方形断面以外の断面形状が、コード・キャリブレーションに及ぼす影響を見るために、T形断面をも対象とした計算例を示した。しかしながら、本研究のような取り扱いについては、いくつかの問題点が残されている。

第6章では、構造物の最適設計問題を取り扱った。最適設計において、変数変換による変数制約条件式の集約化の方法および、近似的な判別式による制約条件式の棄却を行って、計算容量と計算時間の短縮を図るための方法論を述べた。本研究で提案した方法を、具体的な計算例

を通して調べた。それによると、計算容量、計算時間共に減少効果が顕著であることがわかった。このような計算の効率化が、最適設計を実用化させるために必要となること及びその可能性を示した。

本章ではまた、最適設計と安全性の両面の追求を行うものとして、信頼性を制約条件とした静定トラスの最小重量設計を行った。簡単なトラスの計算例において、信頼性（本研究では許容破壊確率）が重量に及ぼす影響を調べ、許容破壊確率を1 オーダ上げて（安全性を高めて）も、重量に及ぼす影響が少ないことを指摘した。これより、将来許容破壊確率が設計の条件となるような場合には、経済性との関連でその大きさが重要な項目になることを論じた。

第7章では、設計に対する1つの方法論として、新しい概念を持ち込んだ。すなわち、設計のような作業には、人間の主観（判断、直観、経験、好み等）が入り込むことが避けられない点を認め、その曖昧さといった量をエントロピーを尺度として評価して行こうとするものである。

本研究では、従来の総費用最小化の原則による費用配分モデルを、簡単なエントロピー・モデルに置き換えて考えた。このモデルによって、設計者が破壊まで考慮に入れた設計を行う場合、ある情報量を得たときに、漠然とではあれ、破壊に対して設計の中で考慮するであろう費用の、建設費用に対する最適配分比率を求めた。また、従来の総費用最小化の原則によるモデルでは、うまく説明ができない部分のあることを指摘すると共に、本研究で提案したエントロピー・モデルによると、それがある程度説明ができることを示した。

なお、本研究で提案したモデルの解と、計量経済学で質の選択に対して人間がどのような判断をするかを調べる場合に用いられる、ロジット・モデルの解との関連性について論じ、両者にはアナロジーが成立することを示した。今後における安全性・経済性の問題は、本章で取り扱ったような、マクロな観点からも現象面を捉えて研究することが、将来において必要となるかも知れない点を指摘し、また今後において発展の余地を残す問題ともなることを言及した。

第8章では、本研究によって得られた結論を要約し、今後に残された問題と、興味深いと思われる課題について展望すると共に、本研究全体に関する問題点について述べた。

## 第2章 設計法概説

### 2. 1 許容応力度設計法

#### 2. 1. 1 序

わが国で現在用いられている土木構造物の設計法は、主として許容応力度設計法（Working Stress Design）である。この設計法は、構造物が設計される場合に、最も重要な課題の一つとして考えられる安全度の確保について、後述するような欠点を有してはいるものの、過去から現在までにおいて、世界的にもかなりの実績のある設計法であるといえる。

土木構造物を構成している材料は、主として鋼とコンクリートである。ここでは、説明を簡単化するために、主として鉄筋コンクリート部材を対象として、許容応力度設計法の考え方および安全性の確保の方法を述べることにする。後述のその他の設計法についても主として鉄筋コンクリート部材を対象とする。

#### 2. 1. 2 設計方法および許容応力度

許容応力度設計法は一般に次のような設計書式（Design Format）によって設計される。

$$\sigma_i \leq \sigma^n / F_{sn} \quad (i=1, \dots, l), (n=1, \dots, m) \quad (2.1)$$

ここで、 $\sigma_i$  は許容応力度設計法で用いられる荷重（以下これを設計荷重という）によって、部材断面の応力度の照査点  $i$  に生じる応力度の解析値、 $\sigma^n$  は使用材料種別ごとに、示方書等によって定められている所定の強度（以下これを公称応力度という）、 $F_{sn}$  は安全を確保するための係数（＝安全率）、 $l$  は応力度を照査する点の数、 $m$  は材料種別数である。

この式（2. 1）を簡単に言えば、次のようである。即ち、許容応力度設計法による安全度は、設計荷重の作用の下で、ある部材断面の応力度の照査点に生じる部材応力度が、設計条件として与えられる所定の公称応力度をある係数（安全率）で割った値を上回らなければ確保できるという思想である。

式（2. 1）の左辺の  $\sigma$  を評価するための計算式は、鋼とコンクリートの合成材料が完全に

一体となって弾性的に挙動するという仮定をした線形弾性理論（ベルヌイ・オイラー流理論）に基づいている。また右辺の値  $\sigma^n / F_{sn}$  は一般に許容応力度と呼ばれ、 $F_{sn}$  の値としては、鋼の場合でおよそ降伏点強度に対して 1.7 ぐらいの値、コンクリートの場合は設計基準強度に対して 3.0 ぐらいの値が採用されるのが普通である<sup>1), 2)</sup>。例えば鋼の場合、 $\sigma = \sigma_{sy} = 2400 \text{ kgf/cm}^2 (235 \text{ Mpa})$  に対しては、 $\sigma_{sa} = \sigma / F_s = 2400 / 1.7 \approx 1400 \text{ kgf/cm}^2 (137 \text{ Mpa})$ 、コンクリートの場合、 $\sigma = \sigma_{cy} = 240 \text{ kgf/cm}^2 (23.5 \text{ Mpa})$  に対しては、 $\sigma_{ca} = \sigma / F_s = 240 / 3 = 80 \text{ kgf/cm}^2 (7.8 \text{ Mpa})$  となる。ただし、鋼については引張に対するもので、圧縮に対する許容応力度は一般に、座屈を考えてその値を低減した値とする<sup>1), 2)</sup>。

### 2. 1. 3 問題点

ここでは、許容応力度設計法の問題点を述べる。式（2. 1）に基づいて設計された構造物に対する安全度の確保についての問題点は、主として次のようであるといえる。つまり、式（2. 1）で設計された構造物が、異なる不確実現象の下で果して同じレベルで安全度を確保しているかどうか判断できないという点が、最大の疑問点となる。

その理由としては、許容応力度設計法では、破壊に対する材料強度または断面の耐力値等の算定に、塑性的性質を考慮していない。また、材料強度、荷重の変動、および作用荷重の推定の不確実性、将来の増加あるいは設計の際の応力度の算定に、仮定した弾性理論を適用することの妥当性および算定の際の誤差等に帰因する安全度のバラつきを、安全率のみで考慮している。従って、安全度が異なる構造物が設計されている可能性が含まれている。また、安全率は必ずしも十分な理論的根拠に基づいて決められたものではない点も、疑問として残る。このことは、構造物の全体の安全性のレベルを、一体どの辺に置いて決めたら良いかといった問題点が解消されない限り、どのような設計方で設計する場合についても、依然として残る問題点であることも確かである。

以上のような理由があるにしろ、取敢えず現行設計での安全度の確保で、大きな破綻が生じていないという点も認めない訳にはゆかないことから、現在までのところは、安全度の確保について、大きな役割を果たしてきたと言える。

### 2. 1. 4 まとめ

以上を要約すると次のようになる。

（１）許容応力度設計法は、線形弾性理論にその計算の基礎を置いているが、構造物が理論的

仮定と寸分違わずに弾性的に挙動する場合には、弾性理論自体はかなり厳密で正確な理論であるから、得られる値は正確なものとなる。ただし、この値といえども前述のような評価が困難な不確実な量に対しては、その持つ意味が曖昧なものになってしまうこともある。なお、許容応力度設計法が線形弾性理論に基づいていることから、弾性設計法と呼ばれることもある。

(2) 安全度の確保は、安全率というもので考慮されるが、この安全率は理論的根拠のもとに決められたものでは必ずしもない。

(3) 安全率だけでは、安全性を十分確保または保証し得ない量があるが、これらを考慮して設計はできない。

(4) その設計書式は、思想的にも理解し易くまた、簡潔である。

(5) 理論的根拠に基づいて決定されたものではないにしろ、安全率による設計は、過去から現在まで、安全性の確保に対しては永年の実績があることを認めることができる。ただし、安全性のレベルは、異なる不確実現象に対して構造物ごとに必ずしも一定ではないと考えられ、従って安全性の面でバランスのとれた設計となっていないと言える。

## 2. 2 終局強度設計法

### 2. 2. 1 設計方法および荷重係数

終局強度設計法は、2. 1 で述べた許容応力度設計法で考慮されていなかった、材料の持つ終局強度を考慮し、構造部材断面の有する終局耐力値を算定し、公称荷重作用にある係数を乗じた荷重の、その断面に作用したときに生じる断面力値が、終局耐力値以下であることを確かめることで、その安全度を確保しようとするものである。このように、公称荷重作用に乗ずる係数を荷重係数と呼ぶことから、荷重係数設計法とも呼ばれている<sup>3), 4), 5)</sup>。ただし、許容応力度設計法、限界状態設計法においても、荷重係数を取り入れられる余地はあるが、ここでは従来コンクリートで通常用いられているものである。

終局強度設計法の設計書式を最も一般的な形で書くと以下のようである<sup>3), 5)</sup>。

$$\phi R \geq \gamma_g \sum \gamma_{si} \cdot S_i \quad (2.2)$$

ここで、Rは公称強度（耐力値）、Sは公称荷重作用、 $\phi$ は強度（減）係数、 $\gamma_{si}$ は荷重係数、 $\gamma_g$ は構造物の重要度、解析上の不確定な要因を考慮した全体的安全係数（重要度別係数）、である。

式（２．２）の意味するところは、作用荷重は、荷重係数を用いてそのばらつきに応じて大き目に評価し、断面の強度は、強度逓減係数を用いて小さ目に評価することにより、安全度の確保を図っていると言える<sup>7)</sup>。

荷重係数としては、例えば A C I Building Code -1977<sup>2),4),8)</sup>によれば次のように定められている。

（１）荷重係数：

$$1.4 D + 1.7 L$$

風または地震を考慮するときは、

$$0.75 [1.4 D + 1.7 L + 1.7 \times (W \text{ or } 1.1 E)]$$

$$0.9 D + 1.3 \times (W \text{ or } 1.1 E) \quad (2.3)$$

土圧または水圧を考慮するときは、

$$1.4 D + 1.7 L + (1.7 H \text{ or } 1.4 F)$$

$$0.9 D + (1.7 H \text{ or } 1.4 F)$$

$$1.4 D + 1.7 L$$

ここで、Dは死荷重、Lは活荷重（衝撃を含む）、Wは風荷重、Eは地震荷重、Hは土圧、Fは水圧、である。

（２）強度逓減係数：

単純な曲げおよび引張力を受ける曲げ：	0.9
圧縮力および圧縮力を受ける曲げ：	
らせん鉄筋を持つ場合	0.75
その他（帯鉄筋）	0.70
せん断力およびねじり	0.85
コンクリートの支圧	0.70
鉄筋コンクリートの曲げ	0.65

柱の強度逓減係数  $\phi$  は、はりより小さい値であるが、これは柱の破壊がはりに比べて非常に急激に起こることおよび、はりは柱ほど広い支持面積を受け持っていないことを考慮したためである。また同じ柱でも、らせん鉄筋コンクリート柱は、帯鉄筋コンクリート柱よりじん性が大きいので、強度逓減係数  $\phi$  の値も大きく取ってある。



## 2. 2. 2 問題点およびまとめ

終局強度設計法（荷重係数設計法）は、許容応力度設計法で問題点として指摘された、安全度の確保の不均一さがある程度解消できることになる。その理由は、

（１）許容応力度設計法では、荷重および強度の変動の不確実さを、総て安全率の中に追い込んで設計がなされていたが、終局強度設計法ではそのような不確実さあるいは荷重の組合せに対する配慮も、荷重係数 $\gamma_{SI}$ を適当に変化させることで、設計の中に反映できることになる。

（２）強度に関しては、材料の塑性的性質を考慮に入れることができた、材料の特性を考慮に入れた強度逓減係数を用いて、部材断面の終局耐力値を評価することができる。

（３）従って、許容応力度設計法よりは、安全度の確保の点では、進歩した設計思想であるといえる。

しかしながら、次のような問題点が残る。

（１）荷重係数あるいは強度逓減係数は、確定論的に決められたものであり、しかもそれらは、許容応力度設計法における安全率の値の場合と同様に理論的根拠は無く、過去の経験と実績に基づいて決定されたものである。

（２）従って、許容応力度設計法と同様に、安全度のレベルの確保が、強度のばらつき、荷重作用等の不確実な現象に対して同じものとならない。

（３）終局強度（耐力値）が設計の主眼であることから、許容応力度設計法とは逆に、必要がある場合には、使用性について別途検討しなければならないことがある。

なお、荷重係数の決定の不備を是正するため、現在では荷重および強度の変動を確率論・統計論に基づいた信頼性理論から、安全性指標を仲立ちとして強度係数、荷重係数を決定して、それに理論的な裏付けをしようとする研究が数多く行われているが<sup>9)～14),20)</sup>、前述のように、安全度のレベルをどの辺に置くかが曖昧としたものである以上、設計の全てに対して合理化がなされる訳ではない。

本研究においては、第４章、４．３．２で簡単にその概要を述べることにする。

## 2. 3 限界状態設計法

### 2. 3. 1 序

限界状態設計法は、構造物にある限界状態を設定して設計する設計方法であり、1964年

ヨーロッパ・コンクリート委員会（CEB: Comite Europeen du Beton）によって我が国に紹介されたものであるが、その設計思想はソビエトから導入されたものとされている<sup>6)</sup>。構造物の限界状態は次のような2通りに大別される<sup>2),3),5)</sup>。

1) 終局限界状態：

- (i) 構造物全体あるいは一部の安定の喪失現象
- (ii) 断面における材料の降伏、圧壊等の現象
- (iii) 座屈および非弾性現象
- (iv) 崩壊メカニズムの構成現象
- (v) くり返し荷重下の疲労破壊等の現象

2) 使用限界状態：

- (i) 使用不可能な程度の過大な変形現象
- (ii) コンクリート部材のひび割れ等の局部的損傷
- (iii) 歩道橋等における人体が不快感を覚える程度の過大な振動現象
- (iv) 腐食等の外観を損なう現象

以上が限界状態として考えられる代表的なものであるが、設計の目的からはよりきめ細い限界状態を設定する必要がある。

限界状態設計法は、前記の終局限界状態および使用限界状態に対して、安全度を確保するために設計を行うのであるが、2.1 許容応力度設計法および2.2 終局強度（荷重係数）設計法と基本的に異なる点は、荷重等に特性値を用いる場合に確率論あるいは統計論に基づいた側面をその設計思想に取り込んでいる点にある。しかしながら、現段階では例えば、正確な確率分布に則り、確率を計算して設計するといったものではない。

現段階の限界状態設計法では、強度および荷重の特性値が設計に用いられる。このような特性値を決定する際に、確率論的な配慮がなされているが、設計書式は確定論的なものであることから、準確率論的な設計法<sup>2)</sup>であり、水準Ⅰの設計法と呼ばれている。コンクリート構造物の設計法は、許容応力度設計法から限界状態設計法への移行が世界的すう勢となっており、わが国においても、土木学会コンクリート委員会の限界状態設計小委員会において、現在その検討が進められている<sup>15)</sup>。

### 2.3.2 設計方法および特性値

限界状態設計法の設計書式を、最も一般的な形で書くと次のようである<sup>13),15),16)</sup>。

$$\frac{1}{\gamma_{nm}} f \left( \frac{\sigma_{ik}}{\gamma_{mi}} \right) \geq \gamma_{nf} g \left( \gamma_{fu} \sum \gamma_{fj} F_{kj} \right) \quad (2.4)$$

ここで、 $\gamma_{nm}$ は強度安全係数（強度算定の不確実性等を考慮するための係数，1.0 以上）， $\gamma_{mi}$ は材料係数（材料 i の特性値に対する安全係数，1.0 以上）， $\gamma_{nf}$ は断面力安全係数（構造応答解析における不確実性等を考慮するための安全係数，1.0 以上）， $\gamma_{fu}$ は荷重係数（荷重組合せの確率特性を考慮するための係数）， $\gamma_{fj}$ は荷重係数（荷重 j の特性値に対する安全係数，1.0 以上）， $f(\cdot)$ は強度算定関数， $g(\cdot)$ は荷重影響算定関数， $\sigma_{ik}$ は材料 i の強度の特性値， $F_{kj}$ は荷重 j の特性値，である。

式（2.4）を，鉄筋コンクリート部材を対象として，常時の限界状態について書くと次のようになる<sup>13)</sup>。

$$(2.5)$$

ここで， $\gamma_{mc}$ はコンクリートの材料係数， $\gamma_{ms}$ は鉄筋の材料係数， $\gamma_{fL}$ は荷重係数（1.0 以上）， $\sigma_{ck}$ はコンクリートの強度の特性値， $\sigma_{sk}$ は鉄筋の強度の特性値， $G_k$ は死荷重の特性値， $Q_{kL}$ は活荷重の特性値，である。

以上のように，限界状態設計法では，材料強度および荷重の特性値を設計に用いるが，それらの特性値は以下のように表される。

$$\sigma_{ik} = \sigma_{im} (1 - k_i V_i) \quad (2.6)$$

$$F_{kj} = F_{mj} (1 + k_j V_{Fj}) \quad (2.7)$$

ここで， $\sigma_{im}$ は材料 i の強度の平均値， $F_{mj}$ は荷重 j の期待値， $V_i$ は材料 i の変動係数， $k_i$ は $\sigma_{ik}$ の非超過確率から決る係数（基準策定に際して決定される）， $k_j$ は $F_{kj}$ の超過確率から決る係数（基準策定に際して決定される），である。

荷重についてはその性格上，超過確率を決めるのは非常に困難であるが，例えば材料強度については非超過確率を 5% とし，正規分布に従うとして  $k \approx 1.64$  とされることが多い<sup>2), 3), 5)</sup>。

この設計法の終局強度設計法との異なる点は，材料および荷重に特性値を用いる他にそれぞれに対して安全係数  $\gamma_{mi}$ ， $\gamma_{fj}$ を用いていることである。このように安全係数を分離することによって，鉄筋コンクリート構造物のような異種材料からなる構造部材に対する安全

度の確保を合理的に考慮できる。

なお、これら安全係数  $\gamma_{mi}$ ,  $\gamma_{fj}$  を、部分安全係数（荷重および強度のそれぞれ個々の部分について考えているという意味で）と呼ぶこともある。

以上、現段階での限界状態設計法は、荷重と材料強度の変動性を考慮して特性値を定義し、荷重は大き目に（式（2.6））評価しさらに、部分安全係数を用いて荷重の影響を大き目に、強度を小さ目に評価することにより安全度が確保されている<sup>7)</sup>といえる。

### 2.3.3 問題点およびまとめ

限界状態設計法は、前述のように準確率論的な立場をとる設計思想であり、安全度の確保については、許容応力度設計法および終局強度設計法に比較するとかなり合理化されることがわかるが、次のような問題点が残る。

（１）荷重および強度の特性値を決定する際に必要な係数  $k_j, k_j$  の決定が、データ収集の不足とあいまって困難であること、荷重については特に困難となる。

（２）部分安全係数の決定には必ずしも十分な理論的根拠があるとは言えない。

以上の問題点はあるにしろ、

（３）荷重、強度の特性値を設計に取り込んだ。

（４）部分安全係数によって、鉄とコンクリートといったような異種材料に対する安全性を別個に分離して考慮できる。

（５）例えば式（2.5）において、 $\gamma_{fu}$ ,  $\gamma_{fL}$  を適当に組み合わせることによって、常時、地震時といった性質の異なった荷重の問題についても、合理的に取り扱える。

（６）必要に応じた限界状態が設定出来る。

（７）設計書式（2.4）の部分安全係数等を、適当にまとめることによって、終局強度設計書式（2.2）さらには、許容応力度設計書式（2.1）をも包含する設計書式の形を有している。

（８）部分安全係数の決定については、安全度のレベルをどの辺に置くかが、依然として基本的な問題となるが、信頼性理論によって一部その理論的根拠を与えることができる<sup>9)~14), 17), 18)</sup>。

のような利点を持ち合わせている。

## 2.4 鉄筋コンクリート部材に関する許容応力度設計法と限界状態設計法の一比較

### 2.4.1 序

ここでは、前述した設計法のうち、許容応力度設計法と限界状態設計法において、鉄筋コンクリート部材に関して大きな差が生じるかどうかについて調べる。

昭和58年11月、土木学会から「コンクリート構造の限界状態設計法指針（案）」<sup>15)</sup>が発表され、さらに現在その内容の検討作業が進められている。しかし一方において、現行の許容応力度設計法から限界状態設計法に移行することについて、次のような疑問を抱く人も多いと思われる。即ち、（１）移行した場合の具体的メリットは何か、（２）どちらの設計法によっても結果はほぼ同じになるのではないかと、（３）理論上はともかく実際問題として安全性の改善は期待できるのか、（４）これまでより経済的な設計が可能になるのか、（５）設計作業が複雑になるのではないかと、等であろう。以上を考慮して、ここでは（２）の点に関して若干の検討を加える。

#### 2. 4. 2 比較方法<sup>21)</sup>

同一の設計断面について、現行の許容応力度設計法によった場合の、その断面の持つ許容断面力  $R_w$  と、限界状態設計法によった場合のその断面の終局耐力値  $R_L$  との比を比較すると、用いてある鉄筋およびコンクリートの強度、鉄筋比、偏心距離の大小による両設計法の相違が判ると考えられる。すなわち、これらの要因の違いによっても、許容値と耐力値の比がほとんど変わらないときは、両者の設計法に本質的な違いは無いと考えられ、逆にこの比が大きく変化するときには、両設計法の間に本質的な違いがあると考えられる。なおここでいう許容値とは、鉄筋もしくはコンクリートの応力度が、許容応力度一杯のときの断面の持つ抵抗値であり、耐力値とはこれらの応力度が特性値（公称値）を材料係数（ $\gamma_{ms} = 1.15, \gamma_{mc} = 1.5$ ）<sup>15)</sup>で除した値のときの断面の持つ終局抵抗値である。以下検討する断面種別としては、単鉄筋長方形はり断面、単鉄筋T形はり断面および対称鉄筋長方形柱断面の3種類について考える。

はり断面は常時の曲げモーメント作用により断面寸法が決ることが多いので、前2者の断面については常時の曲げモーメント作用に対して、又柱断面は地震時の軸力と曲げモーメントが同時に作用する状態のときに断面寸法が決ることが多いので、この状態に対して検討する。

#### 2. 4. 3 計算結果および考察

##### a) 長方形はり断面：

許容値  $R_w$  は以下で表される。

$$R_w = C_w b d^2 \quad (2.8)$$

ここで,

$$C_W = \min (C_C, C_S) \quad (2.9)$$

$$C_C = 0.5 \sigma_{ck} k (1 - k/3) \quad (2.10)$$

$$C_S = \sigma_{sa} p (1 - k/3) \quad (2.11)$$

$$k = 30 p + (15 p)^2 - 15 p \quad (2.12)$$

b は断面の幅, d は有効高さ, p は鉄筋比,

である。また, 耐力値  $R_L$  は以下となる。

$$R_L = C_L b d^2 \quad (2.13)$$

ここで,

$$C_L = p \frac{\sigma_{sy}}{\gamma_{sm}} \left( 1 - \frac{p \left( \frac{\sigma_{sy}}{\gamma_{ms}} \right)}{1.7 \left( \frac{\sigma_{ck}}{\gamma_{mc}} \right)} \right) \quad (2.14)$$

である。表-2. 1 の強度の組合せに対す

表-2. 1 強度の組合せ

る  $R_L$  と  $R_W$  の比,

$$\nu = R_L / R_W = C_L / C_S \quad (2.15)$$

を, 図-2. 1 にのせる。

	240 ( 80 )	300 (100)	360 (120)
2400 (1400)	1	2	3
3000 (1800)	4	5	6
3500 (2000)	7	8	9

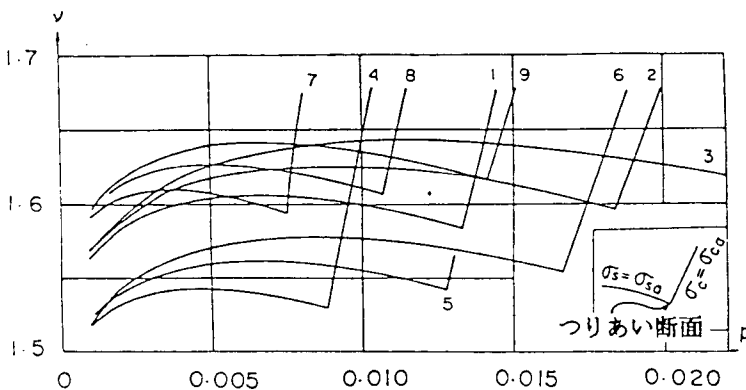


図-2. 1 強度の組合せに対する耐力値と許容値の比

(長方形はり断面)

b) T形はり断面：

$p \leq g^2 / (30 - (1 - g))$  のときは、 $C_c$ 、 $C_s$  とともに式 (2. 10)、(2. 11) に同じ。ただし、 $g = t / d$ 、 $t$  はフランジの厚さ、である。その他のときには、

$$C_c = 15 p j (1 - k) \sigma_{ca} / k \quad (2. 16)$$

$$C_s = p j \sigma_{sa} \quad (2. 17)$$

$$k = (15 p + 0.5 g^2) / (15 p + g) \quad (2. 18)$$

$$j = 1 - ((3k - 2g) / (2k - g)) g / 3 \quad (2. 19)$$

となる。また  $C_L$  は、 $p \leq 0.85 \sigma_{ck} \gamma_{ms} / (\sigma_{sy} \gamma_{mc}) g$  のときは、式 (2. 14) と同じであり、その他のときには、

$$C_L = ((p - pf)(1 - q) + pf(1 - 0.5g)) \sigma_{sy} / \gamma_{ms} \quad (2. 20)$$

ここで、

$$pf = (0.85 \sigma_{ck} \gamma_{ms} (1 - w) g) / (\sigma_{sy} \gamma_{mc}) \quad (2. 21)$$

$$q = (p - pf) \sigma_{sy} \gamma_{mc} / (1.7 \sigma_{ck} \gamma_{ms} w) \quad (2. 22)$$

である。ただし、 $w = b_0 / b$  で、 $b_0$  はウェブの幅である。

強度の組合せは長方形はり断面の場合と同じとし、 $w = 0.15 \sim 0.35$ 、 $g = 0.1 \sim 0.4$  の範囲について、式 (2. 15) によって計算し、通常用いられている鉄筋比の範囲で  $\nu$  の値の最大と最小の場合について示したものが、図-2. 2 である。

c) 長方形柱断面：

鉄筋コンクリート断面が、曲げモーメントと軸方向圧縮力を受ける場合の終局耐力は、軸力と曲げモーメントとの比率によって異なり、断面がその終局耐力に達したときの曲げモーメントと軸方向圧縮力  $N$  との関係を示す図は、相互作用図と呼ばれる<sup>5)</sup>。

柱断面に作用する曲げモーメント  $M$  と軸力  $N$  とを、

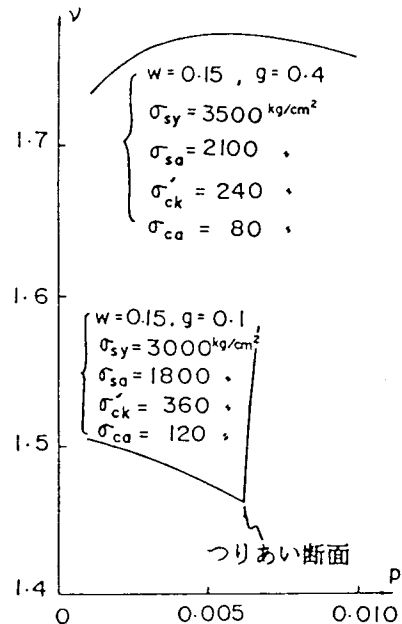


図-2. 2 強度の組合せに対する

$\nu$  の値の最大と最小



柱の幅  $b$ 、高さ  $h$  とコンクリートの圧縮強度  $\sigma_{ck}$  を用いて、 $N/bh\sigma_{ck}$ 、 $M/bh^2\sigma_{ck}$  で無次元化して表したものが、図-2.3 である。鉄筋の降伏応力度  $\sigma_{sy}$  および  $\sigma_{ck}$  の組合せは、はり断面の場合と同じで、 $p = 0.001 \sim 0.02$  の範囲について、許容値と耐力値について求めた。ただし、許容応力度の割増しは、5%とする。

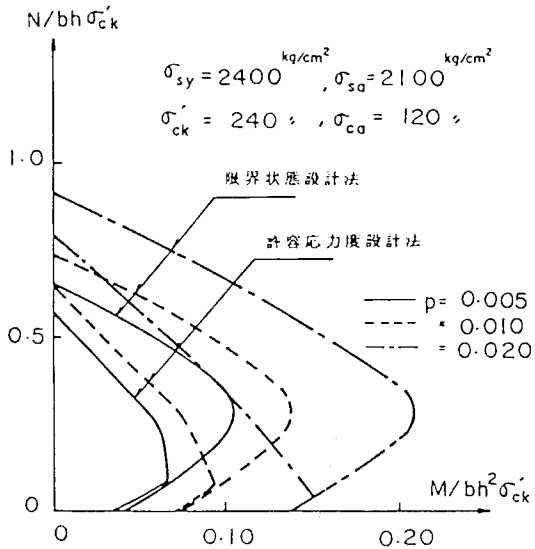


図-2.3(a)  $N/bh\sigma_{ck}$  と  $M/bh^2\sigma_{ck}$  の相互作用図

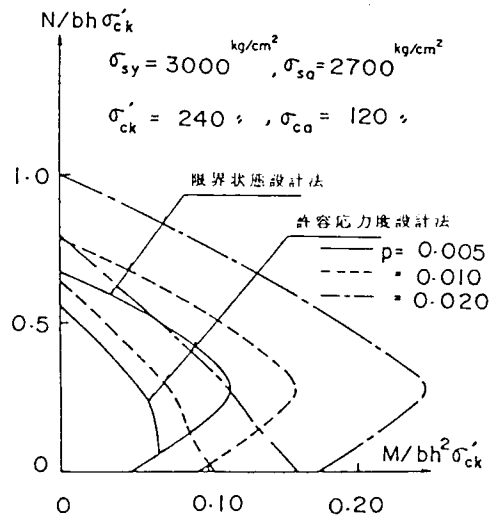


図-2.3(b)  $N/bh\sigma_{ck}$  と  $M/bh^2\sigma_{ck}$  の相互作用図

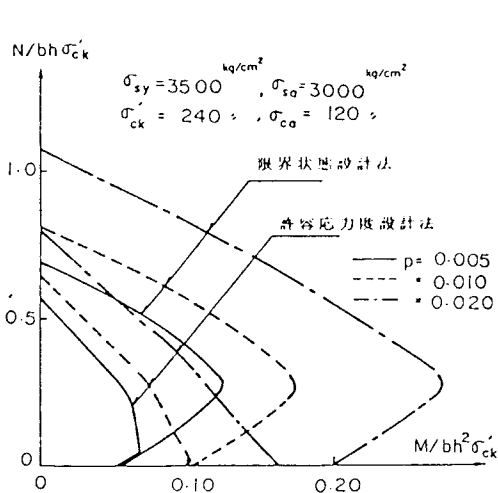


図-2.3(c)  $N/bh\sigma_{ck}$  と  $M/bh^2\sigma_{ck}$  の相互作用図

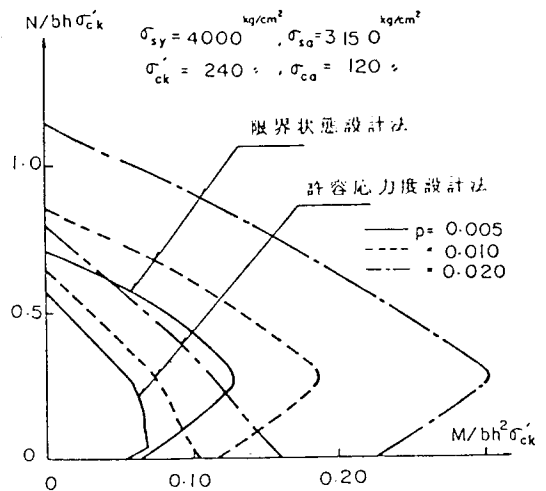


図-2.3(d)  $N/bh\sigma_{ck}$  と  $M/bh^2\sigma_{ck}$  の相互作用図

以上の結果から、一般にはり断面における鉄筋比 $\rho$ は、許容応力度設計法におけるつりあい鉄筋比もしくはそれ以下が用いられることが多いことを考えると、長方形はり断面における $\rho$ の値は 1.52 ～ 1.64 で、平均は 1.58，最大と最小の差の平均値に対する比は 0.08 である。T 形はり断面のそれらはそれぞれ 1.45 ～ 1.78，1.62，0.2 である。このことから、長方形はり断面においては、両設計法間の相違は比較的少ないが、T 形はり断面においては、両設計法にかなりの差があることが分る。

次に、柱断面については図-2. 3 以外の同様なものを含めて判断すると次のことが言える。即ち、軸力が大きく、偏心距離が小さくなると、両者にかかなりの開きが生じ、その開きは材料の強度、鉄筋比、偏心距離等に大きく影響を受けて変化している。通常地震時の偏心距離は大きく、軸力は曲げモーメントに比較して小さく、図-2. 3 の例でいうと、 $N/b h \sigma_{ck} < 0.2$  程度と考えられるが、それでも許容値と耐力値の比はかなり変化している。従って、柱断面は、はり断面より以上に許容応力度設計法と限界状態設計法との間の違いは大きいといえる。従って、現在の許容応力度設計法から、限界状態設計法へ移行した場合、T 形および柱断面の場合の設計においては、現行の断面とはかなり異なる断面算定がなされることになる。つまり、理念的に合理的な側面を持つ新しい設計法が、結果として許容応力度設計法とかなり異なる断面寸法を設計させることになっている。このことは、新しい設計法への移行による 1 つのメリットを示唆していると言える。

## 2. 5 あとがき

本章では、許容応力度設計法、終局強度（荷重係数）設計法および限界状態設計法の 3 設計法につき、それぞれの設計法の安全度の確保のための設計思想およびその設計書式を概説し、各設計法の持つ問題点を述べた。さらに、鉄筋コンクリート部材について、許容応力度設計法によった場合と、限界状態設計法によった場合の結果について比較するための方法を述べるとともに、計算例を通して結果の違いについて検討を加えた。

現在我が国のコンクリート構造物の設計は、許容応力度設計法が用いられているが、前述したように、安全度の確保に問題があり、限界状態設計法へ移行するための検討が進められている<sup>15)</sup>。この移行で問題となるのは、移行した場合の具体的なメリットは何かという点に集約されると思われるが、現在の土木学会限界状態設計小委員会によって検討が進められている、

「コンクリート構造の限界状態設計法指針（案）（昭和 58 年11月）」を見る限りにおいては、その点が明確に伝わってこないように思われる。関係学会ならびに協会は、より明確な思想を提示すべく、またより理解が容易な内容にすべく努力されることを切望するものである。このことは、設計基準が変化することによって生ずるかも知れない、重大な過誤等を防ぐための配慮をすべきであるという点からも、重要な課題であると思われる。

#### 参考文献

- 1) 久保, 赤井, 菅原, 堀川: 土木工学事典, 朝倉書店, 1980 年 9月.
- 2) 松本嘉司: 現代土木工学 5 土木構造設計, 丸善, 昭和 50 年 11 月.
- 3) 伊藤 学: 構造設計における安全性の規範, 土木学会誌, pp.35 ~43, 1975 年 9月.
- 4) 岡田 清: 鉄筋コンクリート工学, 朝倉書店, pp.276~277, 昭和 54 年 3月.
- 5) 岡村 甫: コンクリート構造の限界状態設計法, 共立出版, コンクリート・セミー 4, pp.5~7, pp.158~161, 1980年3 月.
- 6) 高岡宜善: 構造物の限界状態設計法, 土木学会誌, 1976年 5月.
- 7) 長 尚: 信頼性理論に基づく新しい設計基準への移行について, 第 35 回土木学会年次学術講演会概要集, I-326, 昭和 55 年 9月.
- 8) A C I : Building Code Requirements for Reinforcement Concrete, ACI Standard 318 - 77, 1979.
- 9) Ang, A.H-S. and Cornell, C.A. : Reliability Bases of Structural Safety and Design ASCE, No.ST9, pp.1755 ~1769, 1974.
- 10) Ellingwood, B.R. and Ang, A.H-S : Risk - Based Evaluation of Design Criteria, ASCE, No.ST9, pp. 1771 ~1788, 1974.
- 11) Ravindra, M.K., Lind, N.C. and Siu, W. : Illustrations of Reliability - Based Design , ASCE, No.ST9, pp. 1789 ~1811, 1974.
- 12) Siu, W.W.C., Parimi, S.R. and Lind, N.C. : Practical Approach to Code Calibration, ASCE, No.ST7, pp. 1469 ~1479, 1975.

- 13) 長, 小山: 鉄筋コンクリート構造物のコード・キャリブレーション, 土木学会論文報告集, 第 287号, 1979年 2月.
- 14) Ravindra,M.K. and Galambos,T.V. : Load and Resistance Factor Design for Steel,ASCE, No.ST9,pp. 1337 ~1353,1978.
- 15) 土木学会: コンクリート構造の限界状態設計法試案, コンクリート・ライブラリー 第52号, 昭和 58 年11月.
- 16) 構造工学委員会構造物安全性小委員会: 安全性照査のための構造設計基準(策定のガイドライン案について), 土木学会誌, pp. 69~76,1980 年 9月.
- 17) 今尾, 長, 小山: 鉄筋コンクリート曲げ部材の終局強度設計法について, 土木学会中部支部研究発表会概要集, v - 15, 昭和 52 年 1月.
- 18) 長, 小山, 今尾: 鉄筋コンクリート設計法のコード・キャリブレーションについて, 第33回土木学会年次学術講演会概要集, I - 154, 1978年 9月.
- 19) 長 尚: 限界状態設計法の採用による経済性の改善について, 第 27 回構造工学シンポジウム, 1981年 2月.
- 20) Ellingwood,B.,Galambos,V.,MacGregor,J.G.and Cornell,C.A. :Development of Probability Based Load Criterion for American National Standard A58 , NBS Special Publication 577, 1980.
- 21) 小山, 長, 橋本: 鉄筋コンクリート部材に関する許容応力度設計法と限界状態設計法の比較, 第 37 回土木学会年次学術講演会概要集, V - 217, 昭和 57 年 10 月.

### 第3章 種々な確率分布の標準化変数による表現<sup>1)</sup>

#### 3. 1 序

いろいろな確率分布を、それぞれ平均0，分散1の標準化変数( standardized variate )を用いて表現すると、次のような便宜が考えられる。

- a) 予め利用に便利なような図表が用意できる。
- b) それぞれの確率分布の特徴が統一的に評価できる。
- c) 各確率分布の正規分布との比較が容易に可能である。
- d) 例えば、色々な確率分布の特性値について同じ物差しで比較できる。

なお、ある確率分布を定義するために平均値，分散以外の、例えば下限値のようなパラメタを必要とする場合には、正規分布のように標準化変数によって、その確率分布を一意に表現することはできない。そのような場合には、標準化変数による表現に都合の良いインデックスを選び、それをパラメタとして確率分布を表現する必要がある。

本研究では、主として信頼性理論においてよく用いられるいくつかの確率分布すなわち、ワイブル分布，ベータ分布，グンベル分布および対数正規分布について、それぞれの標準化変数によって表現された一般式および利用に便利な図表を示す。さらに前記b)～d)に関連して若干の考察を加える。

#### 3. 2 標準化変数による表現

##### 3. 2. 1 序

以下本研究では、ある  $i$  確率分布に従う確率変数  $x$  の確率密度関数および累積分布関数を次のように書き表す。

$$\text{確率密度関数: } f_i(x), \quad x_l \leq x \leq x_u \quad (3.1)$$

$$\text{累積分布関数: } F_i(x) = \int f_i(\xi) d\xi, \quad x_l \leq x \leq x_u \quad (3.2)$$

ここで、 $x_u, x_l$  は  $x$  の上, 下限値, である。ある  $i$  確率分布に従う確率変数  $x$  とその標準化変数  $u_i$  との関係は次式で示される。

$$x = \bar{x} (1 + u_i V) \quad (3.3)$$

ここで、 $\bar{x}, V$  は  $x$  の平均値, 変動係数, である。標準化変数  $u_i$  を用いて表現した確率密度関数, 累積分布関数および  $u_i$  と累積分布関数値  $p$  (確率) との関係を次のように書き表す。

$$\text{確率密度関数: } g_i(u_i), \quad u_{il} \leq u_i \leq u_{iu} \quad (3.4)$$

$$\text{累積分布関数: } G_i(x) = \int g_i(\xi) d\xi = p, \quad u_{il} \leq u_i \leq u_{iu} \quad (3.5)$$

$$u_i = G_i(p) \quad (3.6)$$

ここで、 $u_{iu}, u_{il}$  は  $u_i$  の上, 下限値, である。

以上のような表現方法で、正規分布、ワイブル分布、ベータ分布、グンベル (極値 I 型) 分布および対数正規分布を書き表すと、以下のようになる。

### 3.2.2 正規分布

正規分布の確率密度関数および累積分布関数は次のようである。

$$g_N(u_N) = \phi(u_N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right), \quad -\infty \leq u_N \leq \infty \quad (3.7)$$

$$G_N(u_N) = \Phi(u_N) = \int_{-\infty}^{u_N} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi, \quad (3.8)$$

$$u_N = \Phi(p) \quad (3.9)$$

ここで、 $\Phi(\cdot), \phi(\cdot)$  はそれぞれ標準正規分布, 標準正規確率密度関数, である。

### 3.2.3 ワイブル分布

ワイブル分布の確率密度関数および累積分布関数は次のようである。

$$f_W(x) = \frac{k}{b} (x-a)^{k-1} \exp\left(-\frac{(x-a)^k}{b}\right), \quad a \leq x \leq \infty \quad (3.10)$$

$$F_W(x) = 1 - \exp\left(-\frac{(x-a)^k}{b}\right) \quad (3.11)$$

式(3.4)～(3.6)の表現で表すと以下のようになる。

$$g_w(x) = \frac{k(\lambda + u_w)^{k-1}}{\alpha^k} \exp\left(-\left(\frac{\lambda + u_w}{\alpha}\right)^k\right), \quad (3.12)$$

$$-\lambda \leq u_w \leq \infty$$

$$G_w(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\lambda + u_w}{\alpha}\right)^k\right) \quad (3.13)$$

$$u_w = -\lambda + \alpha(-\ln(1-p))^{1/k} \quad (3.14)$$

ここで、 $\lambda$ は変数  $x$  の平均値から下限値までの距離を標準偏差を単位として測った場合の、次の関係式を満たすものとして与えられる。

$$x_1 = \bar{x}(1 - \lambda V) \quad (3.15)$$

ここで、 $V$  は  $x$  の変動係数である。また、 $\alpha$ 、 $k$ は次の式を満足する定数である。

$$\lambda = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)}{\sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right)}} \quad (3.16)$$

$$\alpha = \lambda / \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \quad (3.17)$$

ここで、 $\Gamma(\cdot)$  はガンマ関数、である。 $\lambda$ の値に対する  $k$ 、 $\alpha$  の値を表-3.1にのせる。以上により、ワイブル分布の標準化変数  $u_w$  は、確率  $p$  の他に  $\lambda$  によって決る。

表-3.1 ワイブル分布の  $\lambda$  に対する  $k$ 、 $\alpha$  の値

$\lambda$	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	8.0	10.0
$k$	1.0	1.5301	2.1013	2.6956	3.3035	4.5422	5.7974	9.6027	12.1534
$\alpha$	1.0	1.6655	2.2581	2.8114	3.3442	4.3808	5.3999	8.4237	10.4304

#### 3.2.4 ベータ分布

ベータ分布の確率密度関数および累積分布関数は次のようである。



$$f_B(x) = \frac{1}{B(q, r)} \frac{(x-a)^{q-1} (b-x)^{r-1}}{(b-a)^{q+r-1}}, \quad (3.18)$$

$$F_B(x) = \int_a^x \frac{1}{B(q, r)} \frac{(\xi-a)^{q-1} (b-\xi)^{r-1}}{(b-a)^{q+r-1}} d\xi, \quad a \leq x \leq b \quad (3.19)$$

ここで,

$$B(q, r) = \frac{\Gamma(q) \Gamma(r)}{\Gamma(q+r)} \quad (3.20)$$

である。式(3.4)～(3.6)の表現で表すと以下のようである。

$$g_B(u_B) = \frac{1}{\lambda(1+\mu)B(q, r)} \left( \frac{\lambda+u_B}{\lambda(1+\mu)} \right)^{q-1} \left( \frac{\lambda\mu-u_B}{\lambda(1+\mu)} \right)^{r-1},$$

$$-\lambda \leq u_B \leq \lambda\mu \quad (3.21)$$

$$G_B(u_B) = \int_{-\lambda}^{\lambda+u_B} \lambda(1+\mu) g_B(\xi) d\xi, \quad (3.22)$$

$$u_B = -\lambda(1-(1+\mu)G^{-1}(p)) \quad (3.23)$$

ここで、 $\lambda$ はワイブル分布の場合と同様に、 $x$ の平均値から下限値までの距離を、標準偏差を単位として測った場合の式(3.15)を満足する値であり、上限値に関しては以下のような関係がある。

$$xu = \bar{x}(1 + \lambda\mu V) \quad (3.24)$$

また、 $\lambda$ ,  $\mu$  と  $q$ ,  $r$  の関係は以下のようである。

$$r = \mu q \quad (3.25)$$

$$\mu\lambda^2 = (1-\mu)q = 1 \quad (3.26)$$

従って、 $\lambda$ ,  $\mu$  の値が与えられると、式(3.25), (3.26)より、 $q$ ,  $r$ の値を計算することができる。種々な  $\lambda$ ,  $\mu$ の値に対する  $q$ ,  $r$ の値を表-3.2にのせる。以上により、ベータ分布の標準化変数  $u_B$  は  $p$ の他に  $\lambda$ ,  $\lambda\mu$ によって決る。

表-3.2 ベータ分布の  $\lambda, \mu$  に対する  $q, r$  の値

$\lambda$	1	2	2	2	3	3	5	6	7	9
$\mu$	3	1	1.5	4	1	1.5	1	1	1	1
$q$	0.5	1.5	2	3	4	5	12	17.5	24	40
$r$	1.5	1.5	3	12	4	7.5	12	17.5	24	40

### 3.2.5 グンベル分布

グンベル分布の最大値分布の確率密度関数および累積分布関数は次のようである。

$$f_G(x) = \frac{a}{\sigma} \exp\left(-\frac{a}{\sigma}(x - \bar{x} + b\sigma) - h(x)\right), \quad (3.27)$$

$$h(x) = \exp\left(-\frac{a}{\sigma}(x - \bar{x} + b\sigma)\right) \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad (3.28)$$

$$F_G(x) = \exp(-h(x)), \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad (3.29)$$

ここで,  $a = 1.28255$ ,  $b = 0.45005$ , である。式(3.4)~(3.6)の表現で表すと以下のようである。

$$g_G(x) = a \exp(-a(u_G + b) - \exp(-a(u_G + b))), \quad -\infty \leq u_G \leq \infty \quad (3.30)$$

$$G_G(x) = \exp(-\exp(-a(u_G + b))) \quad (3.31)$$

$$u_G = -b - \ln(-\ln(p)) / a \quad (3.32)$$

以上により, グンベル分布の標準化変数  $u_G$  は, 正規分布と同様に, 確率  $p$  のみによって決る。なお, ここでは最大値分布のみについて示したが, 最小値分布は,  $u_G = 0$  の軸に関して逆対称である。

### 3.2.6 対数正規分布

対数正規分布の確率密度関数および累積分布関数は次のようである。

$$f_L(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma' x} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \bar{x}'}{\sigma}\right)^2\right), \quad (3.33)$$

$$0 \leq x \leq \infty$$

$$F_L(x) = \int_0^x f_L(\xi) d\xi \quad (3.34)$$

ここで,

$$\bar{x}' = \ln\left(\frac{\bar{x}}{\sqrt{1+V^2}}\right) \quad (3.35)$$

$$\sigma = \ln\sqrt{1+V^2} \quad (3.36)$$

である。式(3.4)～(3.6)の表現で表すと以下のようである。

$$g_L(u_L) = \gamma \phi\left(\frac{\ln((1+u_L V)\sqrt{1+V^2})}{\sqrt{\ln(1+V^2)}}\right), \quad (3.37)$$

$$G_L(u_L) = \Phi\left(\frac{\ln((1+u_L V)\sqrt{1+V^2})}{\ln\sqrt{1+V^2}}\right), \quad (3.38)$$

$$-\frac{1}{V} \leq u_L \leq \infty$$

$$u_L = \frac{-1 + \frac{1}{\sqrt{1+V^2}} \exp\left(\Phi^{-1}(p) \ln\sqrt{1+V^2}\right)}{V} \quad (3.39)$$

以上より、対数正規分布分布の標準化変数  $u_L$  は、確率  $p$  の他に変動係数  $V$  によって決る。このように、対数正規分布の場合、標準化変数  $u_L$  の式の中に変動係数  $V$  を含むから、式(3.3)のような表現は必ずしも適切ではないが、変動係数  $V$  を固定して考えたとき、正規分布の  $u_N$  と比較できる意味はあろう。

### 3.3 図表および各確率変数の特徴

#### 3.3.1 図表

各確率分布の標準化変数と確率密度関数および累積分布関数の図を図—3.1～3.8にのせる。また、累積分布関数と標準化変数の関係を表として付録Iにのせる。なお、標準化変数

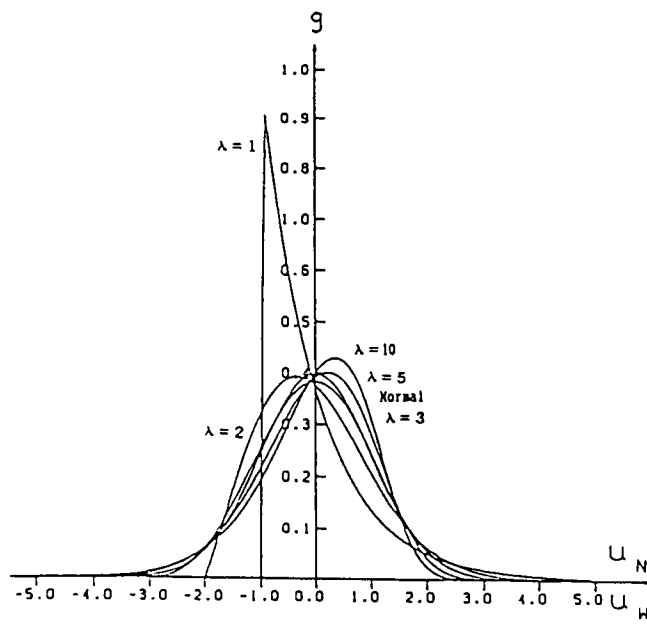


図-3.1 ワイブル分布の確率密度関数

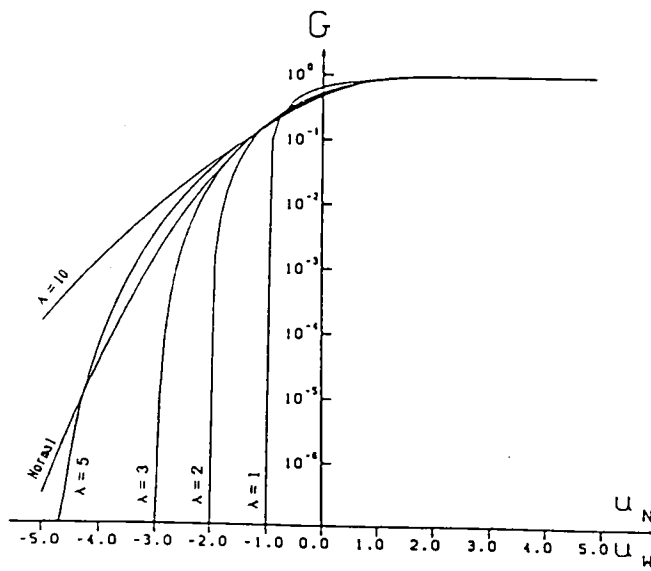


図-3.2 ワイブル分布の累積分布関数

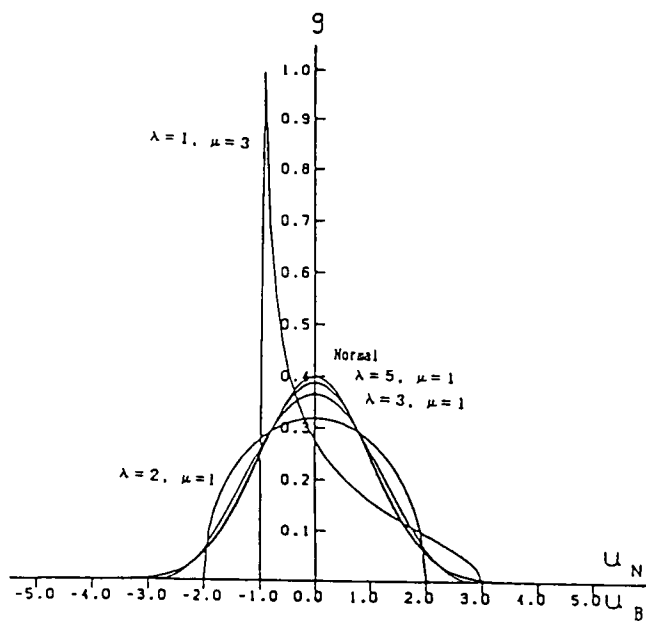


図-3.3 ベータ分布の確率密度関数

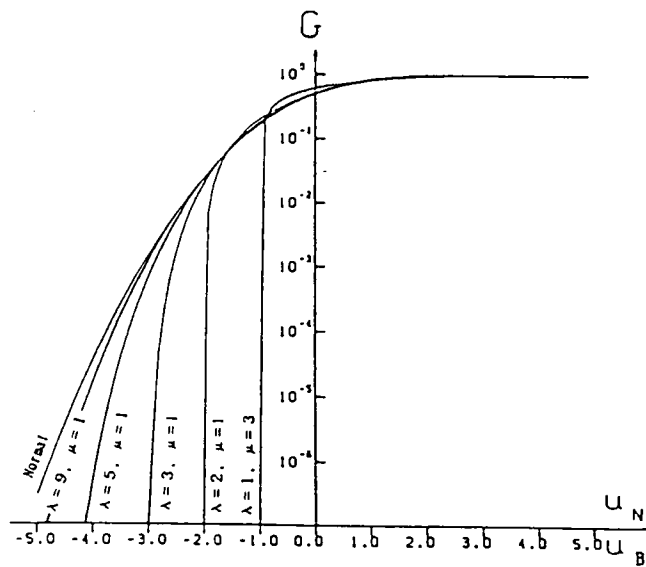


図-3.4 ベータ分布の累積分布関数

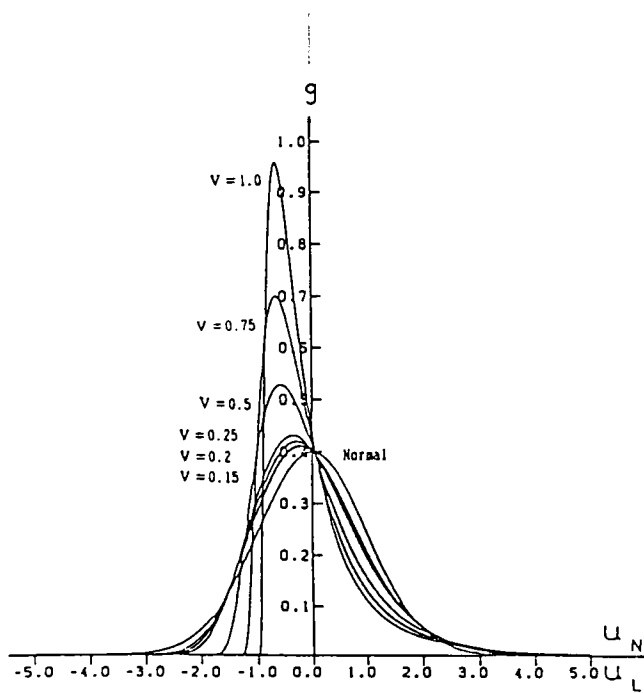


図-3.7 対数正規分布の確率密度関数

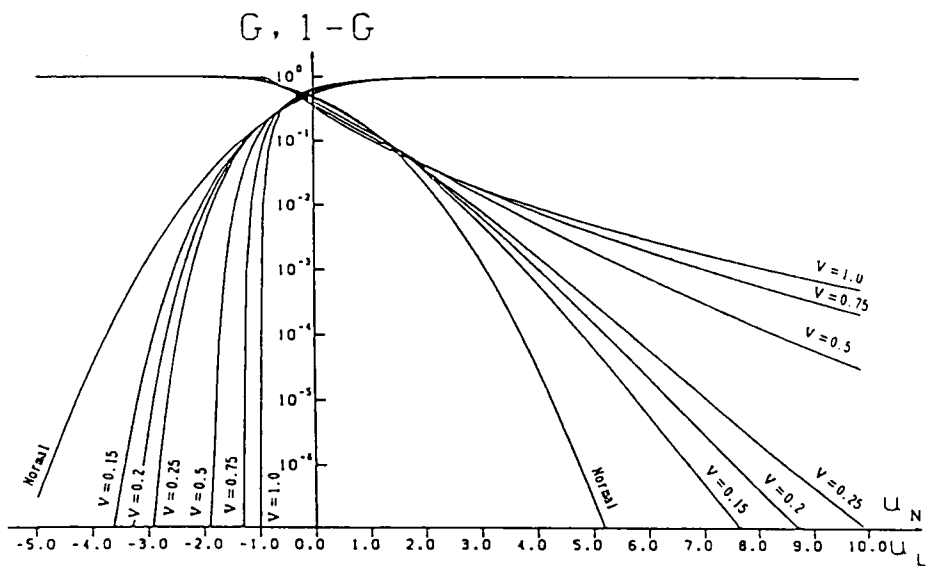


図-3.8 対数正規分布の累積分布関数

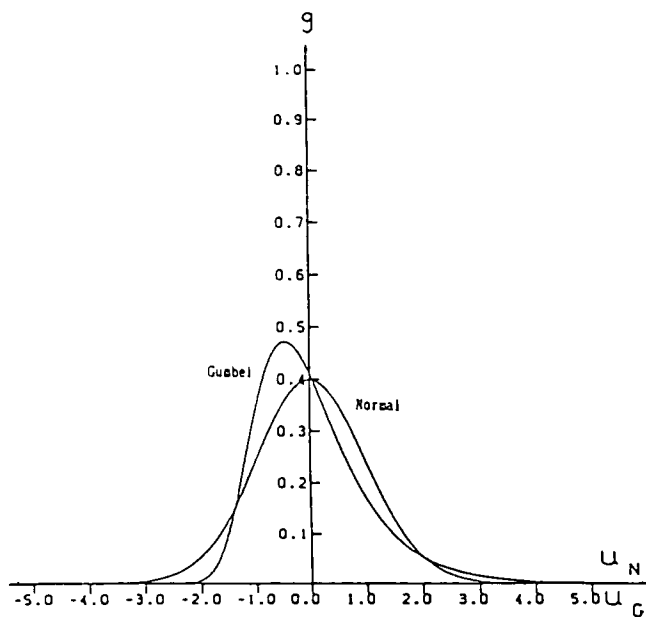


図-3. 5 ゲンベル分布の確率密度関数

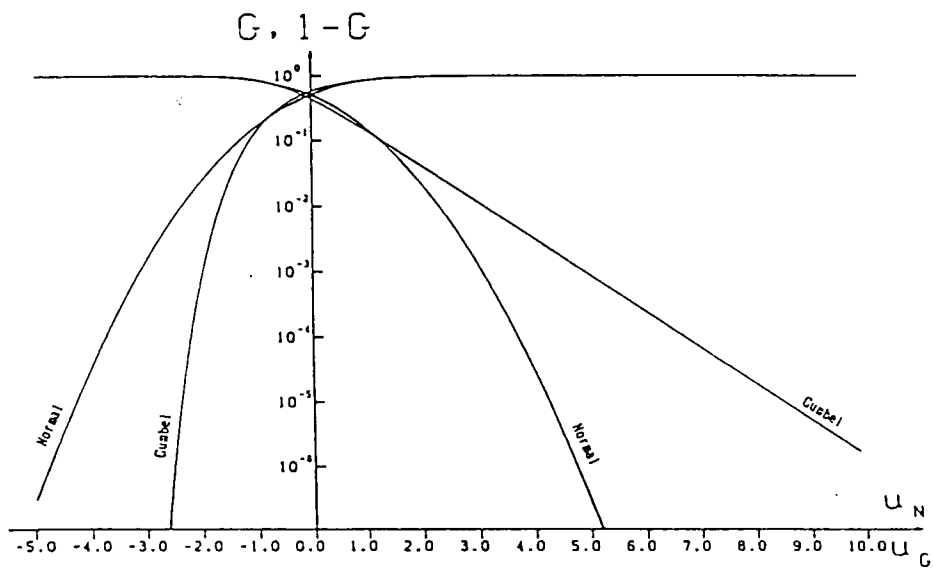


図-3. 6 ゲンベル分布の累積分布関数



と累積分布関数の関係の図では、特に確率が小さい所の模様を見るために、 $G_i(u_i)$  および  $(1 - G_i(u_i))$  について対数目盛で表示してある。

### 3. 3. 2 各確率分布の特徴

前節に示した図から、各確率分布の特徴が次のように良く読みとれる。

#### a) ワイブル分布

$\lambda = 1$  では極端に偏った確率密度関数になるが、 $\lambda > 2$  ではかなりなめらかな曲線となる。 $\lambda \approx 3 \sim 5$  でかつ  $u_w > -5$  ではほぼ正規分布と同じような模様を示す。 $\lambda > 6$  では同じ確率  $p$  に対して  $u_w < u_N$  となり、 $\lambda < 4$  でかつ  $u_w < 1.5$  では同じ確率  $p$  に対して  $u_w > u_N$  となる。また  $\lambda < 3$  では確率密度曲線は左傾的となり、 $\lambda > 3$  では右傾的となる。

#### b) ベータ分布

ワイブル分布と同様、 $\lambda = 1$  では極端に偏った確率密度関数になるが、 $\lambda > 2$  ではかなりなめらかな曲線となる。しかしワイブル分布の場合と違って、 $\lambda$  が大きい程正規分布に近づく傾向がある。

#### c) グンベル分布

グンベル分布の最大値分布の性格から当然ではあるが、正規分布との違いは顕著で、特に超過および低下確率の小さい所でその違いが非常に大きくなる様子がよく分る。

#### d) 対数正規分布

変動係数が大きくなるにつれて、確率密度曲線は次第に正規分布曲線から離れて左傾的となり、超過および低下確率の小さい所で  $u_L > u_N$  となり、正規分布との違いが顕著となる。

### 3. 4 限界状態設計法における特性値について

限界状態設計法においては、第2章 2. 3. 2 でも述べたように、強度の特性値を5%低下確率で、荷重のそれを5%超過確率で定義される場合が多い<sup>2,3,4)</sup>。そのとき、強度もしくは荷重の統計的データが不十分なので、取敢えずこれらの確率分布を正規分布とみなして次式が用いられる。

$$x_k = x (1 + 1.645 V) \quad (3.40)$$

ここでは、これらの強度もしくは荷重が正規分布ではなく、ワイブル分布、ベータ分布、グンベル分布あるいは対数正規分布等であったとしたとき、式(3.40)を用いた場合どの程

表-3. 3 特性値の比較 (r 及び u)

		Weibull distribution				Beta distribution				EX-I dist.	Log-normal distribution	
											r	u
		$\lambda = 2$	$\lambda = 3$	$\lambda = 5$	$\lambda = 10$	$\lambda = 2$ $\nu = 1.5$	$\lambda = 3$ $\nu = 1$	$\lambda = 5$ $\nu = 1$	$\lambda = 9$ $\nu = 1$			
低下確率	$V$ $U_1$	-1.451	-1.639	-1.765	-1.831	-1.512	-1.684	-1.649	-1.646	-1.306		
	0.025	1.005	1.000	0.997	0.995	1.004	1.000	1.000	1.000	1.009	1.001	-1.623
	0.005	1.011	1.000	0.994	0.990	1.007	1.000	1.000	1.000	1.019	1.002	-1.601
	0.100	1.023	1.001	0.986	0.978	1.016	1.000	1.000	1.000	1.041	1.011	1.555
	0.150	1.039	1.001	0.976	0.963	1.027	0.999	0.999	1.000	1.058	1.027	1.508
	0.200	1.058	1.002	0.964	0.945	1.040	0.999	0.999	1.000	1.101	1.055	1.460
超過確率	$V$ $U_1$	1.806	1.662	1.525	1.416	1.757	1.648	1.649	1.646	1.866		
	0.025	1.004	1.000	0.997	0.995	1.003	1.000	1.000	1.000	1.005	1.001	1.666
	0.050	1.008	1.001	0.995	0.989	1.005	1.000	1.000	1.000	1.010	1.002	1.686
	0.100	1.014	1.001	0.990	0.980	1.010	1.000	1.000	1.000	1.019	1.007	1.725
	0.150	1.019	1.002	0.986	0.972	1.014	1.000	1.000	1.000	1.027	1.014	1.760
	0.200	1.024	1.003	0.982	0.966	1.017	1.001	1.001	1.000	1.033	1.022	1.791
	0.250	1.029	1.003	0.979	0.959	1.020	1.001	1.001	1.000	1.039	1.031	1.818

度の誤差があるかを見るために、表—3. 3に、

$$r = \frac{1 + u_i V}{1 + k \cdot V} \quad (3.41)$$

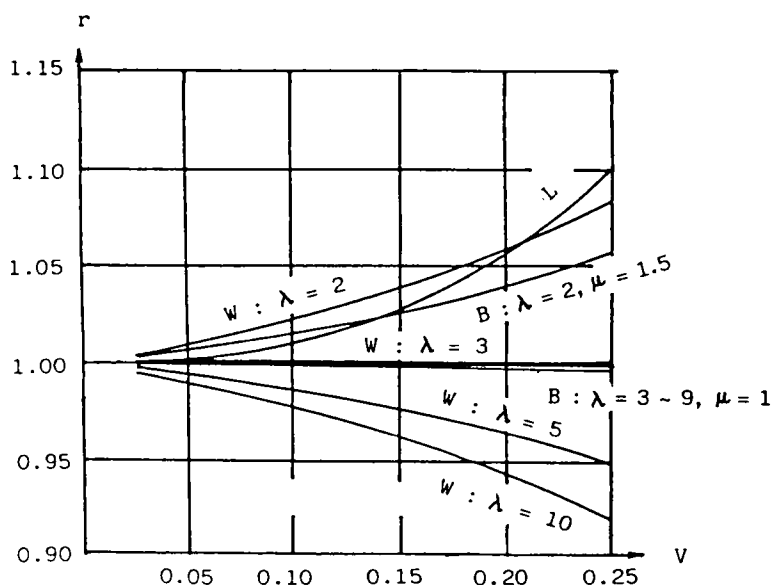
を示す。また  $r$  と  $V$  の関係を図—3. 9に示す。これらの図表から次のことがいえる。

a) ワイブル分布で、 $\lambda = 3$  およびベータ分布で  $\lambda \geq 3$  のときは、 $r \approx 1$  となり、式(3.40)を用いても誤差はほとんどない。

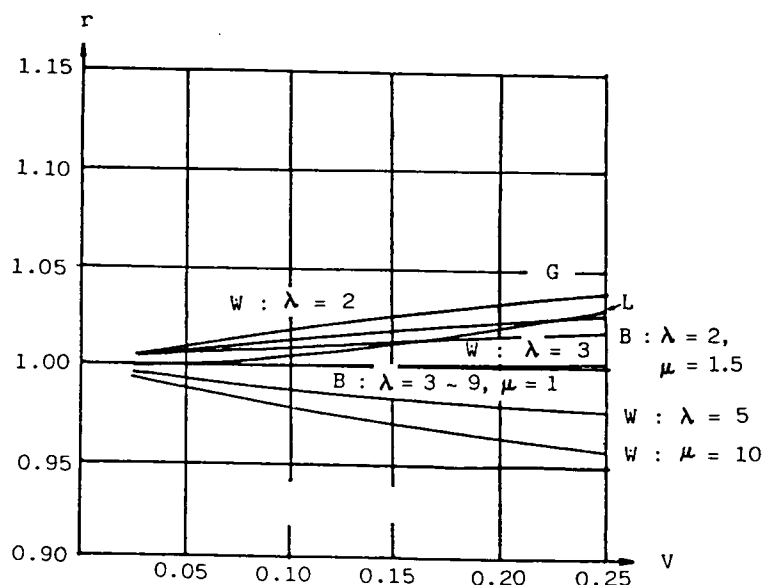
b) グンベル分布(最大値分布の場合は荷重に関連するから特性値は超過確率で、最小値分布の場合は強度に関連するから特性値は低下確率で定義される)でも、変動係数が25%以下であれば、 $1 \leq r \leq 1.04$  である。

c) 対数正規分布および  $\lambda = 2$  のワイブル分布、ベータ分布では、変動係数が25%以下であれば、 $1 \leq r \leq 1.1$  である。

d) 強度および荷重等の確率変数に関する、確率分布形、平均値、変動係数等の統計的情報の不足を考慮すると、特殊な場合( $\lambda \leq 2$  または  $\lambda \geq 5$  のワイブル分布および  $\lambda \leq 2$  のベータ分布とか、対数正規分布で変動係数が極端に大きいと考えられるような場合)以外は、式(3.40)で特性値を定義しても十分意味があるといえる。



図—3. 9 (a) 特性値の比較



図一3. 9 (b) 特性値の比較

以上のように、かなり性格の異なる広範な種類の確率分布を考えても、特殊な場合を除き式(3.40)で特性値を定義しても良いという結果になったのは、次のような理由による。すなわち、破壊確率のように確率の非常に小さいレベルの議論をするときには、前節で述べたように、確率分布の違いは敏感にその結果に響くが、特性値を定義する確率のレベルが高く5%のようなときには、確率分布の違いは鈍感にしかその結果に響かない。

### 3. 5 まとめ

本研究は、主として信頼性理論において良く用いられる確率分布である、ワイブル分布、ベータ分布、グンベル分布および対数正規分布について、それぞれ平均0、分散1の標準化変数によって表現された一般式および利用に便利な図表を示した。本研究で得られた結果を要約すると以下のようである。

- (1) 上記4つの確率分布について、標準化変数によって表現された一般式から、分布の特徴を図によって表すことによって、統一的に理解し易いものにした。
- (2) 各確率分布の正規分布との比較が容易に可能となる表を得た。
- (3) 限界状態設計法で採用される特性値に関して、各分布の違いによる影響を調べることができた。

#### 参考文献

- 1) 長, 小山: 種々な確率分布の標準化変数による表現, 土木学会論文報告集投稿中.
- 2) 松本嘉司: 現代土木工学 5 土木構造設計, 丸善, 昭和 50 年 11 月.
- 3) 伊藤 学: 構造設計における安全性の規範, 土木学会誌, pp. 35~43, 1975年 9月.
- 4) 岡村 甫: コンクリート構造の限界状態設計法, 共立出版, コンクリート・セミナー 4, pp. 5 ~ 7, 1980年 3 月.

## 第4章 信頼性設計法における安全性指標の有効性

### 4.1 信頼性理論概説

土木構造物の安全度の確保はすでに第2章で述べたように、各設計法で異なった方法によってなされてきている。信頼性理論に基づいた設計による安全度の確保の、前述の各設計法と根本的に異なる点は、その確保のためのレベルを、構造物の破壊確率  $p_f$  あるいは信頼度  $p_L = 1 - p_f$  に置こうとする思想にある。

本来、土木構造物を構成する断面の強度あるいはそれに作用する荷重等は、不確定に変動する量であると考えられ、そのすべてがそうでないにしろ、ある程度確率論あるいは統計論に基づいて、その特性を処理できると考えられる。第2章で述べた限界状態設計法における強度および荷重の特性値は、このような考え方に基づいて決められたものである。

信頼性理論に基づいた設計は、限界状態設計法での特性値といった取り扱いから一步進んで、破壊の確率といった量を、安全度を確保するための尺度とするため、強度および荷重等に関する正確な確率分布あるいは統計データを必要としている。従って、統計データに基づいて、正確な確率分布が決定されれば、確率論に基づいて確率が計算できることになる。しかしながら、このような正確な確率分布に関する統計データの収集は、極めて困難であるのが現状であると思われる。

信頼性理論に基づく構造安全性の問題は、Freudentahl<sup>1)</sup>らによる先駆的研究から、Ang<sup>2)</sup>らの拡張された信頼性理論へと進展をみせ、それに関連して、現在の種々の研究<sup>3)～15)</sup>へと発展してきている。また、安全性のみならず経済性の観点から、信頼性理論を用いた研究も数多くみられる<sup>16)～24)</sup>。なお、限界状態設計法における部分安全係数の決定の問題および終局強度設計法における荷重係数の決定の問題に、信頼性理論を用いた研究もある<sup>10)～14)</sup>。

本研究では、信頼性理論の中において、安全性の相対的尺度として一般に用いられている安全性指標 (Safety Index) に関して述べるとともに、破壊確率との関係を述べるものである。

#### 4. 2 構造物の破壊確率

単一の破壊モードを持った破壊基準関数が、次式で与えられるものとする。

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (4.1)$$

ここで、 $X_i$  はそれぞれ強度および荷重の変数、である。破壊が生じるのは、 $g(\cdot) < 0$  のときであり、このときの破壊の確率  $p_f$  は次式から求められる。

$$p_f = \int_{g(x) < 0} \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (4.2)$$

ここで、 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  は  $x_1, x_2, \dots, x_n$  の結合密度関数、であり積分は、 $g(x_1, x_2, \dots, x_n) < 0$  の範囲で行われる。

いま互いに独立な強度  $R$ 、荷重  $S$  の2変数で、破壊基準関数が次式のように表される場合を考える。

$$Z = g(R, S) = R - S \quad (4.3)$$

この場合の破壊の確率は、

$$\begin{aligned} p_f &= \Pr(Z < 0) = \Pr(R - S < 0) \\ &= \int_0^\infty F_R(x) f_S(x) dx \end{aligned} \quad (4.4)$$

または、

$$= \int_0^\infty f_R(x) [1 - F_S(x)] dx \quad (4.5)$$

で表される。

ここで、 $F_R(\cdot)$ 、 $f_R(\cdot)$ 、 $F_S(\cdot)$ 、 $f_S(\cdot)$  はそれぞれ、 $R$ 、 $S$  の確率分布関数および確率密度関数、である。

強度  $R$ 、荷重  $S$  が共に正規分布に従う場合の例を考えると、

$$p_f = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\bar{R}-\bar{S}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = \Phi\left(-\frac{\bar{R}-\bar{S}}{\sigma_{R-S}}\right) \quad (4.6)$$

となる。

ここで、 $\bar{R}$ 、 $\bar{S}$ 、 $\sigma_R$ 、 $\sigma_S$  はそれぞれ  $R$ 、 $S$  の平均値および標準偏差、 $\sigma_{R-S}^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2$  は変数  $(R-S)$  の標準偏差、 $\Phi(\cdot)$  は標準正規分布関数、である。

$R$  および  $S$  が対数正規分布する場合の破壊確率  $p_f$  は同様に次のように求められる。

$$p_f \equiv \Phi \left( -\frac{\ln(\bar{R}/\bar{S})}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}} \right) = \Phi \left( -\frac{\bar{\theta}}{\sigma_{\ln R/S}} \right) \quad (4.7)$$

ここで、 $V_R$ 、 $V_S$  はそれぞれ  $R$  および  $S$  の変動係数、 $\bar{\theta} = R/S$  は中央安全率、 $\sigma_{\ln R/S}^2 \equiv V_R^2 + V_S^2$  は  $\ln R - \ln S$  の標準偏差、である。式 (4.6)、(4.7) の関係を図-4.1、4.2 に示す。

以上のように、土木構造物

の安全度を破壊の確率で評価

するには、式 (4.2) のよう

に、破壊基準関数を構成す

る変数の結合密度関数が分ら

なければならない。また、破

壊基準関数が、式 (4.3)

のような非常に簡単な形で表

され、しかもその確率分布が

特別な確率分布関数に従う場

合以外、一般に破壊確率を計

算することは、非常にやっか

い問題となる。また、一般

に土木構造物の破壊確率は、

$10^{-4} \sim 10^{-6}$  となると言われ

おり (24)~(26)、非常に小さ

な値となるため、破壊の確率

$p_f$  は確率分布の形に対して

敏感となる。従って、現実問

題として、式 (4.2) の形

をそのまま数値積分で値を見つけることはほとんど不可能に近く、実用的ではない。普通に

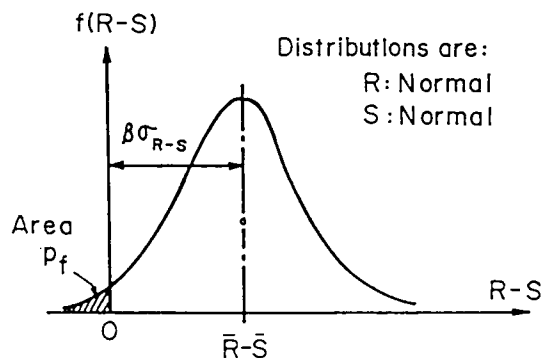


図-4.1  $R-S$  の場合の  $p_f$

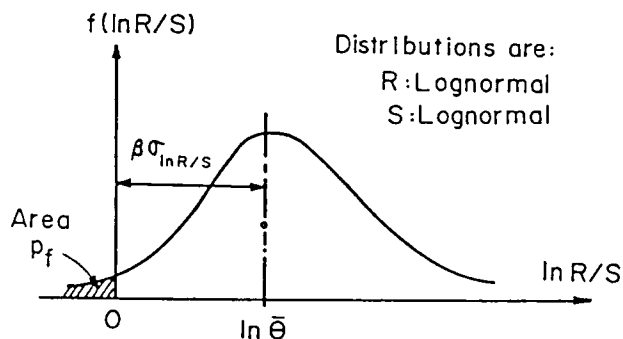


図-4.1  $\ln R/S$  の場合の  $p_f$



行われる方法は、平均値、分散を決めて、モンテカルロ法によってシミュレーションするものが手法としては勝れているが、問題によっては精度の問題と相まって、かなりの計算時間がかかる。従って、効率の良いと思われるモンテカルロ法が用いられる<sup>27)</sup>。

#### 4. 3 安全性指標の有効性について

##### 4. 3. 1 2次モーメント安全性指標

破壊の確率を安全性の尺度として用いる信頼性理論に基づいた設計（限界状態設計法におけるレベルⅢの設計）は、前述のように、破壊基準関数を構成する確率変数  $X_i$  の正確な確率分布関数が既知な場合以外は、破壊確率を計算で求められない。しかも、正確な分布関数が分ったからといって、簡単に求めることは不可能に近い。

以上のような困難を避けるための実用的な方策として、確率分布の形を問題としないで、安全性を破壊確率よりも簡便な一つの指標で評価する方法が、Cornell<sup>28)</sup>によって提案された。この指標が2次モーメント安全性指標と呼ばれるものである。

この指標は、破壊確率  $p_f$  を安全性の尺度として採用する代りに、分布の平均値（1次モーメント）、分散（2次モーメント）を用いて、安全性を評価しようとするものである。

一般に、破壊基準関数式（4. 1）は、変数  $X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) の非線形な関数で表される。この場合の破壊基準関数は、ある点  $(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)$  の近傍で線形化されて、次のように表される<sup>3), 13)</sup>。

$$Z \cong g(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*) + \sum (\partial g / \partial X_i)_{X^*} (X_i - X_i^*) \quad (4. 8)$$

いまこの点  $(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)$  を平均値  $(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n)$  として採用すると、

$$Z \cong g(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n) + \sum (\partial g / \partial X_i)_{\bar{X}} (X_i - \bar{X}_i) \quad (4. 9)$$

となる。これから、破壊基準関数  $Z$  の平均値、分散は以下ようになる。

$$\bar{Z} \cong g(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n) \quad (4. 10)$$

$$\sigma_Z^2 \cong \sum (\partial g / \partial X_i)_{\bar{X}}^2 \sigma_{X_i}^2 \quad (4. 11)$$

ここで、 $\bar{Z}$ 、 $\sigma_Z^2$  は  $Z$  の平均値、分散で、 $\sigma_{X_i}^2$  は変数  $X_i$  の分散、である。

Cornell<sup>28)</sup> の定義した安全性指標は以下となる。

$$\beta = \frac{\bar{Z}}{\sigma_Z} = \frac{1}{V_Z} \quad (4. 12)$$

従って、Cornell<sup>28)</sup> の提案になる2次モーメント安全性指標は、破壊基準関数の線形1次近似したもの、平均値を標準偏差で割ったもの、つまり  $Z$  の変動係数の逆数として表されていることになる<sup>13), 29), 30)</sup>。またこの安全性指標  $\beta$  は、基準関数  $Z$  の平均値から原点までの、標準偏差を単位として測った場合の距離として定義されているということもできる<sup>13)</sup> (図-4.3参照)。

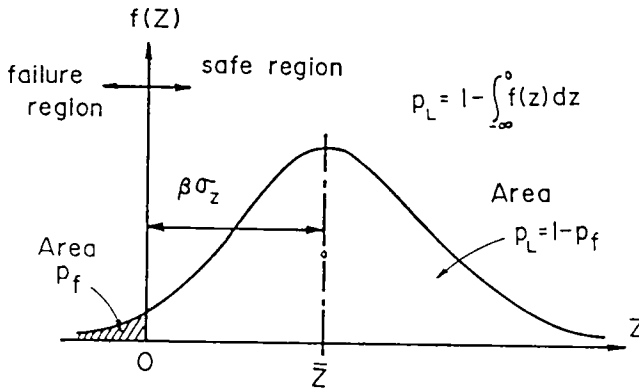


図-4.3 1次近似2次モーメント安全性指標と  $p_f$  の関係

なお、破壊基準関数式(4.1)は、強度に関する項と、荷重影響に関する項とに分離した形で次のように表すことができる。

$$Z = R(X_1, X_2, \dots, X_n) - S(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) \quad (4.13)$$

いま、

$$R = R(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (4.14a)$$

$$S = S(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) \quad (4.14b)$$

として、 $R$ 、 $S$  の平均値、分散は同様に以下のように表される。ただし、各変数間の相関はないものとする。

$$\mu_R = R(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n) \quad (4.15a)$$

$$\mu_S = S(\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_n) \quad (4.15b)$$

$$\sigma_R^2 = \sum (\partial R / \partial X_i)^2 \bar{X}_i^2 \sigma_{X_i}^2 \quad (4.16a)$$

$$\sigma_S^2 = \sum (\partial S / \partial Y_i)^2 \bar{Y}_i^2 \sigma_{Y_i}^2 \quad (4.16b)$$

ここで、 $\mu_R$ 、 $\mu_S$ 、 $\sigma_R^2$ 、 $\sigma_S^2$  はそれぞれ  $R$ 、 $S$  の平均値および分散、である。従って変動係数は、

$$V_R^2 = \frac{\sigma_R^2}{\mu_R^2} = \frac{1}{\mu_R^2} \sum_i (\partial R / \partial X_i)^2 \bar{X}_i \sigma_{X_i}^2 \quad (4.17a)$$

$$V_S^2 = \frac{\sigma_S^2}{\mu_S^2} = \frac{1}{\mu_S^2} \sum_i (\partial R / \partial Y_i)^2 \bar{Y}_i \sigma_{Y_i}^2 \quad (4.17b)$$

となる。

いま、確率変数  $X_i$  ,  $Y_i$  が互いに独立で正規分布に従う場合には、 $\mu_R \equiv R$  ,  $\mu_S \equiv S$  として、この場合の破壊の確率は式(4.6)に帰着される。

$$p_f \equiv \Phi(-\beta) \quad (4.6)$$

または、

$$\beta \equiv -\Phi^{-1}(p_f) \quad (4.18)$$

ここで、

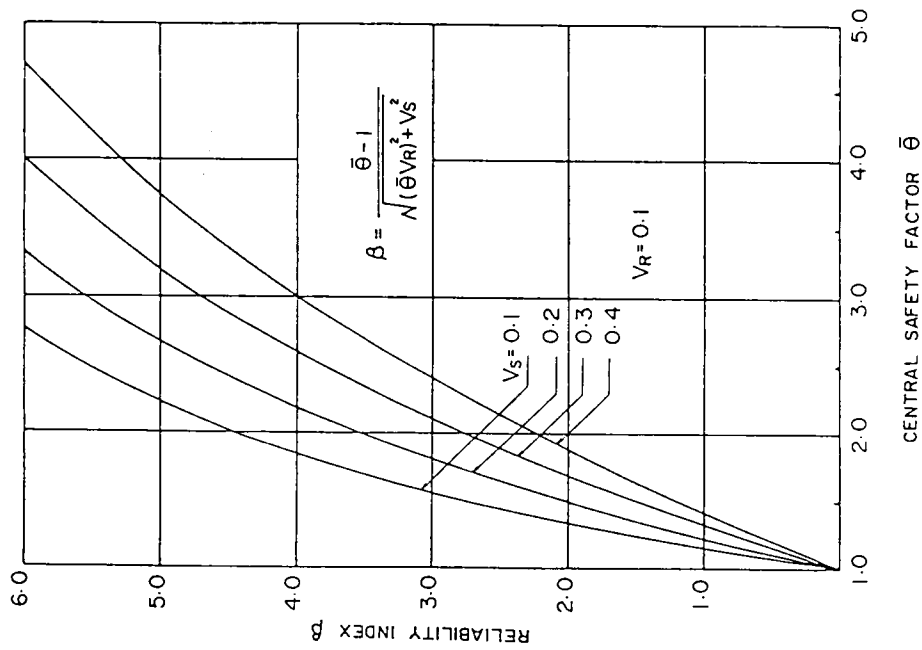
$$\beta = (\mu_R - \mu_S) / \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (4.19)$$

である。ただし、この安全性指標  $\beta$  はあくまでも平均値回りの、線形1次近似された破壊基準関数についてのものである。従って、正確な破壊確率との対応はできていない。しかしながら、破壊基準関数式(4.13)が線形で、各確率変数が互いに独立で、正規分布あるいは対数正規分布に従う場合には、正確な破壊確率と対応した安全性指標になる。

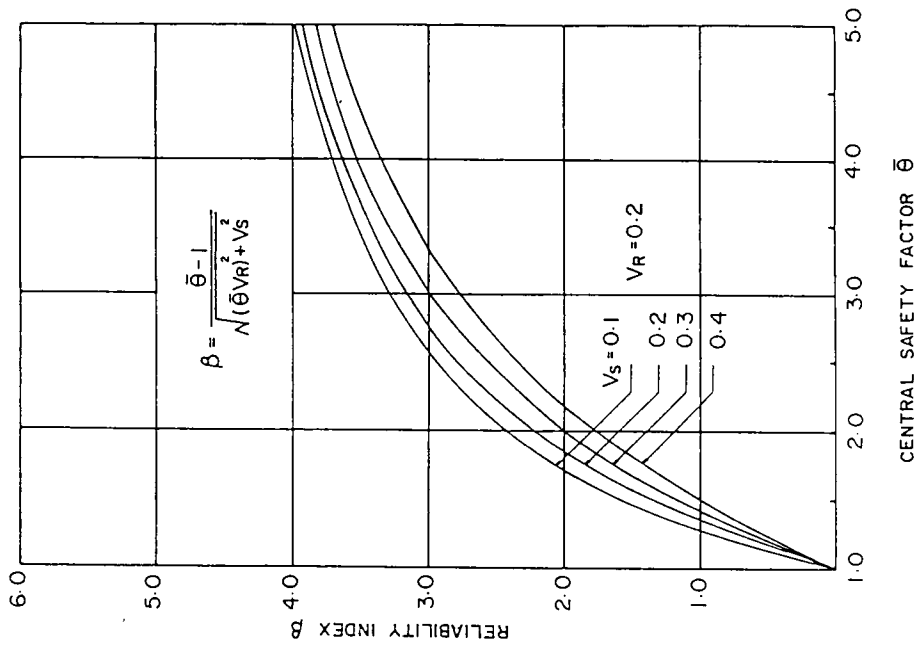
なお、各確率変数が前述と同じ条件を持ち、対数正規分布に従う場合の2次モーメント安全性指標  $\beta$  は以下のように表される。

$$\beta = \frac{\ln(\mu_R / \mu_S)}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}} = \frac{\ln \bar{\theta}}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}} \quad (4.20)$$

以上の  $\beta$  と  $\bar{\theta} = \mu_R / \mu_S$  ,  $p_f$  の関係を、変動係数  $V_R$  ,  $V_S$  をパラメータにして示したものが、図-4.4(a)~(d) , 4.5(a)~(d)である。図-4.4(a)(b) , 図-4.5(a) , (b)から安全性指標が分布の形に影響を受けることが分る。また、 $V_S$  の変化に対しての変動は、式(4.20)から求められる安全性指標の方が大きい。式(4.19)から求められる安全性指標は、中央安全率  $\bar{\theta}$  が大きくなっても、各  $V_S$  の変化についてそれ程変化せず、むしろ変化は少なく一定値に近づく傾向を見せているが、このことは次のように説明できる。



図一4.4 (a) 中央安全率と  $\beta$  の関係



図一4.4 (b) 中央安全率と  $\beta$  の関係

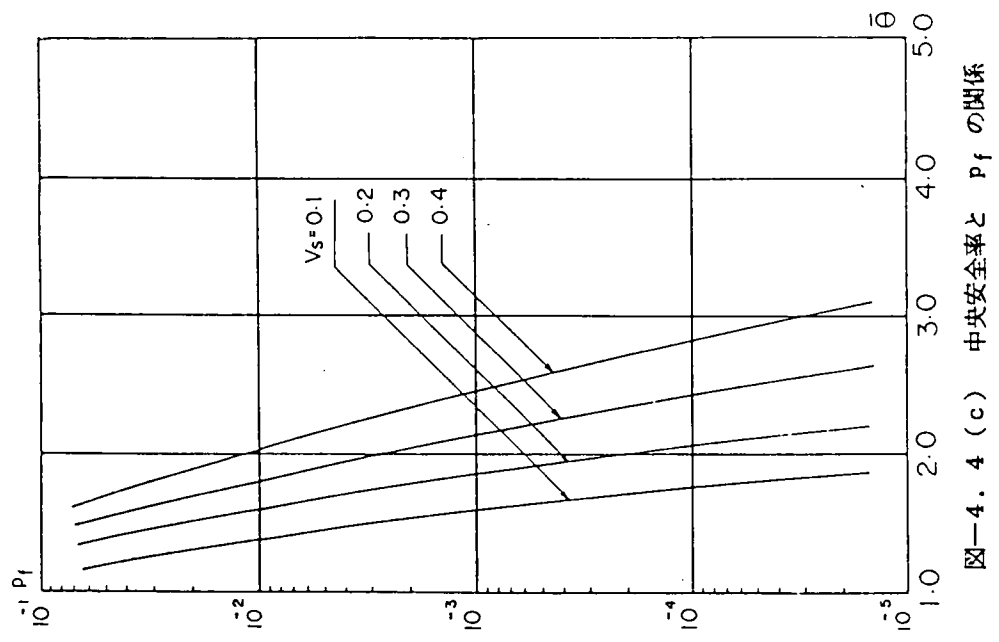


図-4.4 (c) 中央安全率と  $p_f$  の関係

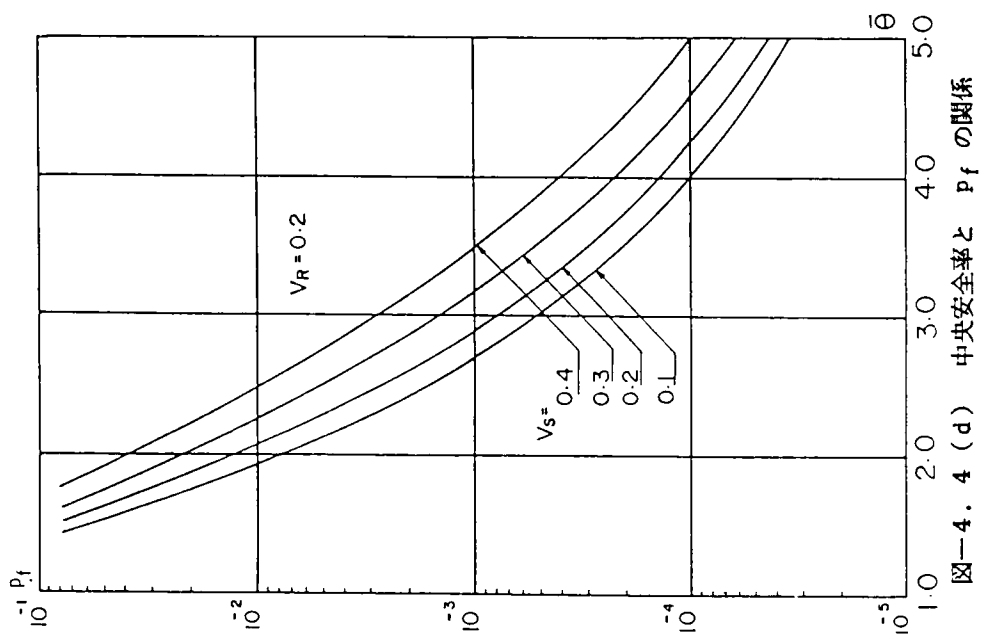
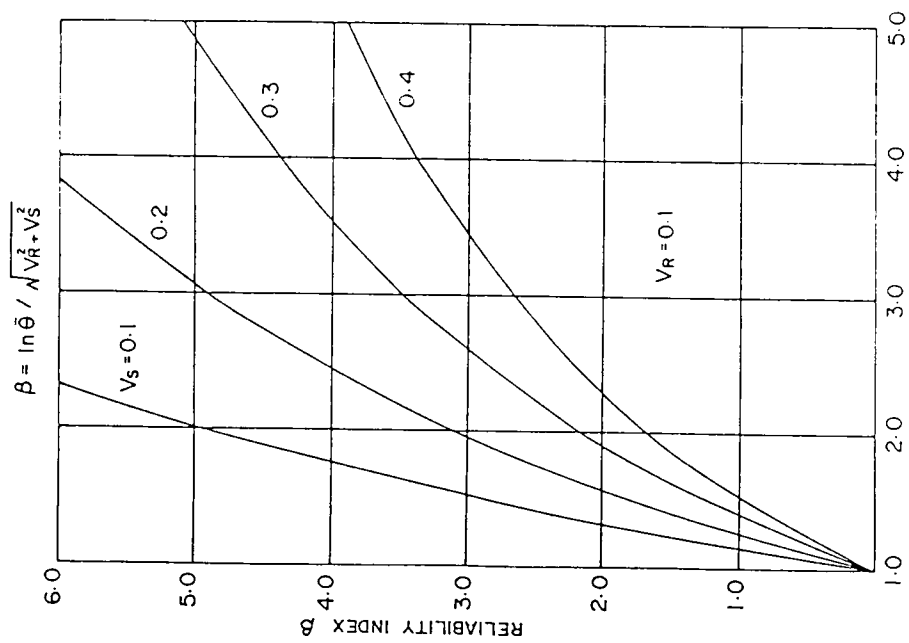
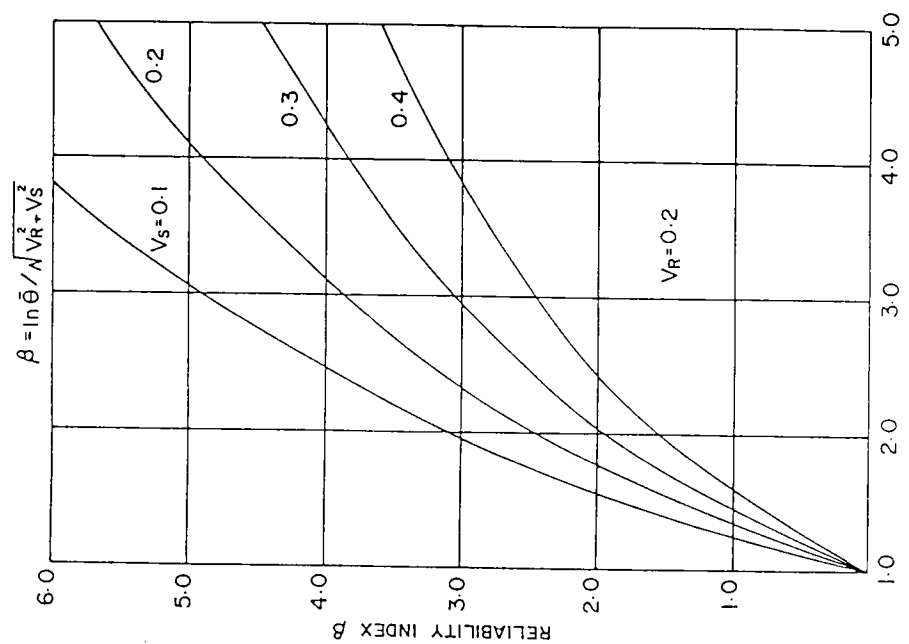


図-4.4 (d) 中央安全率と  $p_f$  の関係



図一4.5 (a) 中央安全率と  $\beta$  の関係



図一4.5 (b) 中央安全率と  $\beta$  の関係

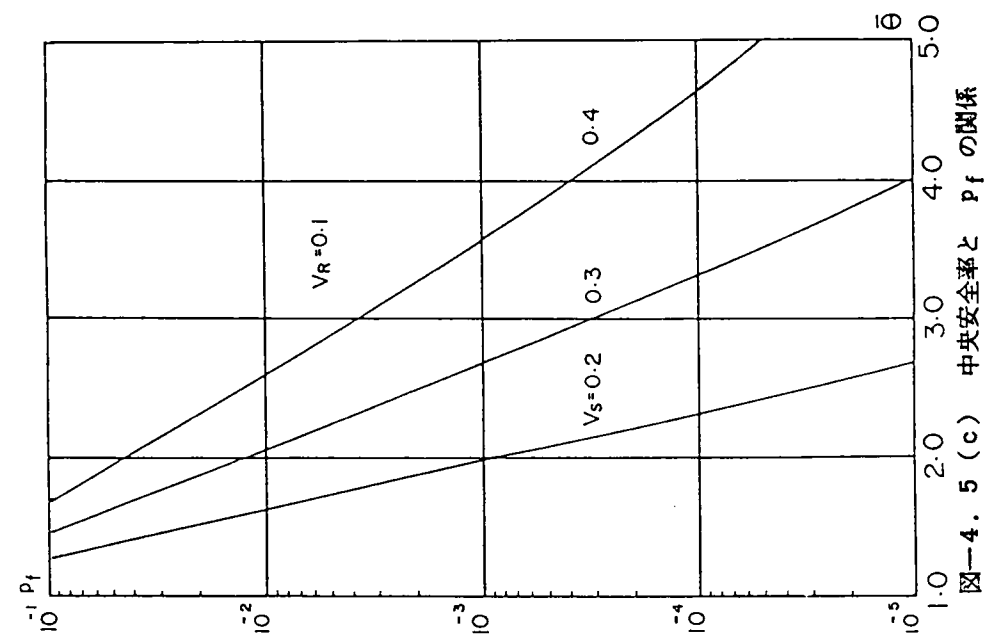


図-4.5 (c) 中央安全率と  $P_f$  の関係

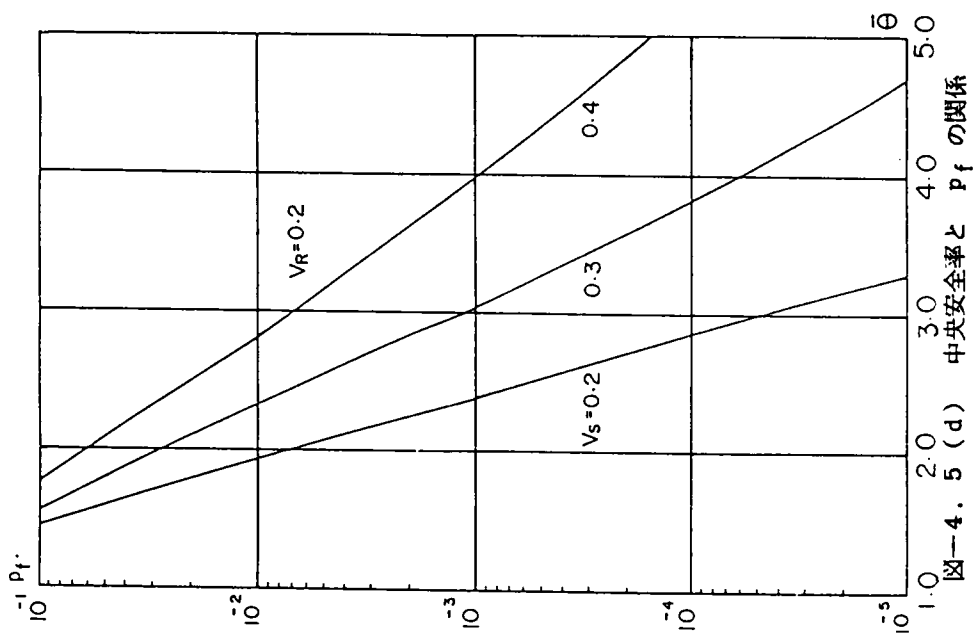


図-4.5 (d) 中央安全率と  $P_f$  の関係

$$\lim_{\bar{\theta} \rightarrow \infty} \beta = \lim_{\bar{\theta} \rightarrow \infty} \frac{\bar{\theta} - 1}{\sqrt{(\bar{\theta} V_R)^2 + V_S^2}} \rightarrow \frac{1}{V_R} \quad (4.21)$$

となり、結局この場合の安全性指標  $\beta$  は、中央安全率  $\bar{\theta}$  をいくら大きくしても、強度の変動係数の逆数以上には大きくはならないという結果となり<sup>29)</sup>、一般の常識的な判断に合にくい。従って、式(4.19)と式(4.20)の間では、安全性指標  $\beta$  の表現のしかたとしては、一般に式(4.20)によるものの方が、式(4.19)によるものよりも勝れているものと思われる<sup>31), 32)</sup>。

#### 4.3.2 荷重係数または部分安全係数決定の際の安全性指標の果たす役割

第2章で述べたように、終局強度設計法および限界状態設計法で用いられる荷重係数または部分安全係数は、必ずしも理論的根拠に基づいて決定されたものではなかった。しかしながら、信頼性理論に基づいた安全性指標を用いると、一部分ではあるがその理論的根拠を与えることができる。

ここでは、安全性指標を仲立ちとする、荷重係数の表現のしかたを簡単に述べる。

いま、式(4.19)を次のように変形する。

$$(1 - \beta \alpha_{RS} V_R) \mu_R = (1 + \beta \alpha_{RS} V_S) \mu_S \quad (4.22)$$

ここで、 $\alpha_{RS}$  は一般に分離定数(近似値)と呼ばれるもので、以下のように表される。

$$\sqrt{V_R^2 + V_S^2} \cong \alpha_{RS} (V_R + V_S) \quad (4.23)$$

この式(4.22)と第2章2.2の式(2.2)とを比較してみよう。

$$\phi R \geq \gamma_g \sum \gamma_{si} S_i \quad (2.2)$$

式(2.2)は、 $R$ ,  $S$  の平均値、変動係数、非超過、超過確率を表す定数をそれぞれ、 $\mu_R$ ,  $\mu_S$ ,  $V_R$ ,  $V_S$ ,  $k_R$ ,  $k_S$  とすると、次式で表される。

$$\phi (1 - k_R V_R) \mu_R \geq \gamma_g \sum \gamma_{si} (1 + k_{si} V_{si}) \mu_{si} \quad (4.24)$$

いま、 $\gamma_g = 1.0$  (説明の簡略化のために) とおいて、式(4.22)と式(4.24)を比較すると、終局強度設計法における荷重係数  $\phi$ ,  $\gamma_{si}$  は安全性指標  $\beta$  と以下のような関係で結ばれている<sup>3)</sup>。

$$\phi = \frac{1 - \beta \alpha_{RS} V_R}{1 - k_R V_R} \quad (4.25a)$$



$$\phi = \frac{1 + \beta \alpha_{RS} \alpha_i V_R}{1 + k_{si} V_S} \quad (4.25b)$$

ここで、 $\alpha_i$  は各荷重影響の変動係数を式(4.23)の方法を使って分離するための定数(近似値)である。

以上によって、終局強度設計法における荷重係数は、信頼性理論に基づいた安全性指標を仲立ちとして表されることになり、荷重係数の決定に際してある程度の理論的根拠が得られることになる。また、限界状態設計法における部分安全係数についても同様であるが、詳しくは第5章にゆずるものとする。

なお、安全性指標  $\beta$  が式(4.20)の形で表現されている場合の  $\phi$ ,  $\gamma_{si}$  の形は以下のようなものである<sup>3)</sup>。

$$\phi = \exp [ (-\beta \alpha_{RS} + k_R) V_R ] \quad (4.26a)$$

$$\gamma_{si} = \exp [ (\beta \alpha_{RS} \alpha_i - k_{si}) V_S ] \quad (4.26b)$$

このように、Cornell の提案なる2次モーメント安全性指標  $\beta$  は、確率分布の形にはとらわれずに、2次までのモーメントで表現されること、破壊基準関数が線形で確率変数が正規分布および対数正規分布に従う変数である場合には、破壊確率との対応が良い、安全度の確保のための尺度となる。また、終局強度設計法における、荷重係数、強度係数または限界状態設計法における部分安全係数の決定に際してその理論的根拠を与え得る有効な尺度となるが、非線形な破壊基準関数の場合、確率変数が正規分布あるいは対数正規分布に従わない場合は、一般に破壊確率との対応が悪くなる。その他、次節で述べるような問題点があることも指摘されている<sup>6),7),29),32)</sup>。この問題は一般に、2次モーメント安全性指標の不変性の欠如と呼ばれている問題である。

#### 4.3.3 2次モーメント安全性指標の不変性の欠如について

前述のように、Cornell<sup>28)</sup> の提案になる2次モーメント安全性指標には、Veneziano<sup>6)</sup> によって、4つの不変性の欠如があることが指摘されている。それらは、1) Dimension invariance, 2) Nuisance invariance, 3) Failure Criterion invariance, 4) Distribution invariance の欠如であるとされている。ここでは代表的に3)の欠如について、破壊基準関数式(4.1)を簡単な2変数で表現して述べることにする。

いま破壊基準関数式 (4. 1) が,  $R, S$  の2変数で以下のように表されるものとする。

$$Z = R - S < 0 \quad (4. 27a)$$

$$Z = R/S - 1.0 < 0 \quad (4. 27b)$$

$$Z = \ln R - \ln S < 0 \quad (4. 27c)$$

以上の式 (4. 27 a) ~ (4. 27 c) は, 破壊基準の数学的意味としては同じものである。この場合のそれぞれの式に対する安全性指標を  $\beta a, \beta b, \beta c$  とすると,

$$\beta a = (\mu_R - \mu_S) / \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (4. 28a)$$

$$\beta b = (\mu_R / \mu_S - 1.0) / (\mu_R / \mu_S) / \sqrt{V_R^2 + V_S^2} \quad (4. 28b)$$

$$\beta c = \ln(\mu_R / \mu_S) / \sqrt{V_R^2 + V_S^2} \quad (4. 28c)$$

となり, 破壊基準が数学的に等価なものであっても, その表現方法の違いによって, 安全性指標の値が異なることが分る。従って, このような例からも, Cornell の提案になる2次モーメント安全性指標  $\beta$  は, 破壊基準の表現のし方に対して不変性を有していないことが分る。

なお, 4) の欠如に関しては, 例えば式 (4. 27 a) ~ (4. 27 c) の変数,  $R, S$  が対数正規分布あるいはその他の確率分布に従うものとする, 安全性指標  $\beta$  の値が異なるのは当然であることから分る。また, 1), 2) の欠如に関しては後述することにする。

このように, 1次近似2次モーメント安全性指標は, 安全性の確保のための実用的に有効な尺度にもかかわらず, その使用性には問題点が残る。

#### 4. 4 Hasofer / Lind の安全性指標 <sup>7), 33)</sup>

Hasofer と Lind は, 安全性指標  $\beta$  の, 前述の不変性の欠如を無くする方策として, 不変性を有する  $\beta$  (以後この  $\beta$  を  $\beta_{H/L}$  と書くことにする) を,

『破壊基準関数式 (4. 1) の確率変数が, 互いに独立で相関がない場合,  $\beta_{H/L}$  は, 各確率変数を正規化変換した空間での, 原点から破壊基準面への距離である』

と定義した <sup>7)</sup>。ここで, 正規化変換は次のようである。

$$x_i = (X_i - \bar{X}_i) / \sigma_{xi} \quad (4. 29a)$$

または,

$$x_i = (\ln X_i - \overline{\ln X_i}) / \sigma_{\ln xi} \quad (4. 29b)$$

である。この  $x_i$  を用いれば, 破壊基準関数式 (4. 1) は,

$$g(x_1 \sigma_1 + \bar{X}_1, x_2 \sigma_2 + \bar{X}_2, \dots, x_n \sigma_n + \bar{X}_n) = 0 \quad (4.30a)$$

$$g(\exp(x_1 \sigma_{\ln x_1} + \ln \bar{X}_1), \exp(x_2 \sigma_{\ln x_2} + \ln \bar{X}_2), \dots, \exp(x_n \sigma_{\ln x_n} + \ln \bar{X}_n)) = 0 \quad (4.30b)$$

となる。

この変換は、各確率変数が正規分布あるいは対数正規分布をし、破壊基準関数が線形の場合には、正確な破壊確率と対応した安全性指標となるとともに、破壊基準関数が非線形の場合でもかなり正確な破壊確率との対応があることも分っている<sup>29), 33)</sup>。また当然ではあるがこの  $\beta_{H/L}$  は、例えば破壊基準を式(4.27a)～(4.27c)のどのような形に書いても、式(4.29a)のような変換で正規化される場合には、

$$\beta_{H/L} = (\mu_R - \mu_S) / \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (4.31a)$$

また式(4.29b)のような変換で正規化される場合には、

$$\beta_{H/L} = \ln(\mu_R / \mu_S) / \sqrt{\sigma_{\ln R}^2 + \sigma_{\ln S}^2} \quad (4.31b)$$

で表され、破壊基準の表現に対しては不変性を有することが確められる。

なお、この  $\beta_{H/L}$  と破壊確率の間の関係は、

$$p_f \equiv \Phi(-\beta_{H/L}) \quad (4.32)$$

であり、2変数の場合における式(4.32)の関係および  $\beta_{H/L}$  の意味を図4.6に示す。

なお  $\beta_{H/L}$  は、破壊基準における  $R - S < 0$  と  $RD - SD < 0$  あるいは  $\ln(R + D)/(S + D)$  のような Nuisance invariance については不変性の欠如が Veneziano<sup>6)</sup>によって指摘されている。しかし、長<sup>29)</sup>によって述べられ

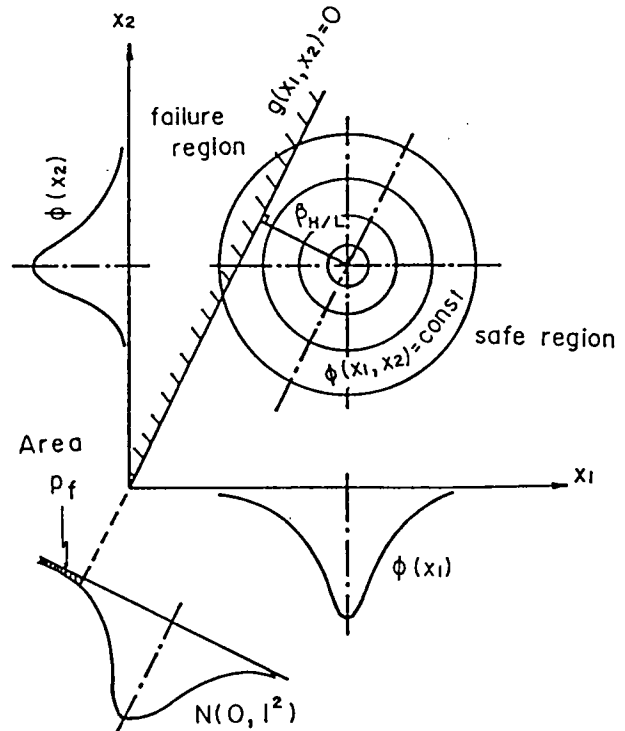


図4.6 標準化空間における破壊確率

ている通り、破壊基準関数が数学的に等価であれば、標準化空間における原点からの距離は変わらないから、不変性の欠如は存在しないと考えられる。従って、HasoferとLindによって提案された安全性指標  $\beta_{H/L}$  は、信頼性設計における安全性の確保のための有効な尺度であると考えられる。

#### 4. 5 安全性指標の計算法

##### 4. 5. 1 Hasofer / Lind による方法<sup>7)</sup>

正規化空間での  $\beta_{H/L}$  を求める方法として、Hasofer と Lind は以下のような式を用いている。

$$x^{n+1} = \nabla g(x^n) \left\{ \frac{x^{nT} \nabla g(x^n) - g(x^n)}{\nabla g(x^n)^T \nabla g(x^n)} \right\} \quad (4.33)$$

$$\beta_{H/L} = \frac{x^{*T} \nabla g(x^*)}{(\nabla g(x^*)^T \nabla g(x^*))^{1/2}} \quad (4.34)$$

ここで、 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  は正規化された変数、 $\nabla g = (\partial g / \partial x_1, \partial g / \partial x_2, \dots, \partial g / \partial x_n)$  ,  $n$  は反復回数、 $x^*$  は  $\beta_{H/L}$  が求められる点の値（設計点）、である。

この反復は、破壊基準関数が非線形（一般には非線形）で表される場合に必要となる。従ってこの方法は、破壊基準関数が非線形の場合、線形化を繰り返して行って、正規化空間での原点からの破壊曲面までの最短距離である  $\beta_{H/L}$  を求めているのである。

##### 4. 5. 2 Parkinson による方法<sup>34)</sup>

破壊基準関数が式（4. 1）のように表され、

$$x = CX \quad (4.35)$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T, \quad X = (X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (4.36)$$

なる線形直交変換マトリクス  $C$  が存在するとする。ただし、

$$C C^T = C^T C = I \quad (4.37)$$

であり、 $I$  は単位マトリクスである。この場合の  $\beta_{H/L}$  は、次式から求められるとしている。

$$\beta_{H/L} = \frac{|(X^* - \bar{X})^T \rho g(X^*)|}{(\rho g(X^*)^T V_X \rho g(X^*))^{1/2}} \quad (4.38)$$

$$X^{n+1} = \bar{X} + V_X \rho g(X^n) \left\{ \frac{|X^n - \bar{X}|^T \rho g(X^n)}{\rho g(X^n)^T V_X \rho g(X^n)} \right\} \quad (4.39)$$

ここで、 $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$  は原空間での平均値、 $V_X$  は原空間での共分散マトリクス、 $n$  は反復回数、 $X^*$  は  $\beta_{H/L}$  が求められる原空間での点（設計点）、である。

この方法の Hasofer / Lind による方法との違いは、正規化空間  $x$  ではない原空間  $X$  で、 $\beta_{H/L}$  が求められるという点と、変数間に相関があっても良い（Hasofer / Lind では無相関の場合を対象としている）という点である。ただし、式（4.36）からもわかるように、 $C$  は線形変換に限られるので、例えば式（4.29b）のような変換が必要となる正規化の場合には使用できないことになる。従って現実的には、式（4.29a）のような変換が可能な場合の、原空間で相関がある場合に対しては有効な手法となる。ただし、式（4.39）から求められた  $X$  は、 $g(X) = 0$  を満足するように、 $X$  のうちのどれかを修正する必要がある。

#### 4.5.3 Rackwitz による方法<sup>12),13)</sup>

一般に、破壊基準関数を構成している確率変数は、必ずしも正規分布あるいは対数正規分布に従うとは限らない。そこで Rackwitz は、正規分布に従わない場合の確率変数を、正規分布に従う確率変数に近似的に変換し、式（4.29a）によって正規化変換して、正規化空間で  $\beta_{H/L}$  を求めるための手法を提案している。

この近似の条件としては、設計点において、もともとの正規分布に従わない確率変数（非正規分布変数）の、累積分布（Cumulative distribution：面積）と確率密度（高さ）が正規分布関数のそれらに等しいとするものである<sup>11)~13)</sup>。この条件を用いて求まる平均値および標準偏差を持つ、近似的な正規分布を決めることが、この方法の特徴である。

いま、非正規分布変数を  $X_i$ 、その確率分布関数および確率密度関数を  $F_i(X_i)$ 、 $f(X_i)$  とする。また、標準正規確率変数を  $x$ 、その確率分布関数、確率密度関数を、 $\Phi(x)$ 、 $\phi(x)$  とし、設計点（最終的に  $\beta_{H/L}$  が求められる点）を  $X_i$  とする。

前述の2つの条件を書き下すと以下のようになる。

$$F_i(X_i^*) = \Phi(x_i^*) = \Phi\left(\frac{X_i^* - m'_i}{\sigma'_i}\right) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.40)$$

$$f_i(X_i^*) = \phi(x_i^*) = \frac{1}{\sigma'_i} \phi\left(\frac{X_i^* - m'_i}{\sigma'_i}\right) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.41)$$

ここで、 $m'_i$ ,  $\sigma'_i$  は、 $X_i$  の求めるべき平均値、標準偏差、 $n$  は非正規分布する変数の数である。

式(4.40)を逆変換すると以下となる。

$$\frac{X_i^* - m'_i}{\sigma'_i} = \Phi^{-1}(F(X_i^*)) \quad (4.42)$$

式(4.42)を(4.41)に代入すると以下のように  $\sigma'_i$  が求められる。

$$\sigma'_i = \frac{\phi(\Phi^{-1}(F(X_i^*)))}{f_i(X_i^*)} \quad (4.43)$$

式(4.43)を(4.42)へ代入して、 $m'_i$  は以下となる。

$$m'_i = X_i^* - \frac{\phi(\Phi^{-1}(F(X_i^*))) \Phi^{-1}(F(X_i^*))}{f_i(x_i)} \quad (4.44)$$

以上によって、非正規分布変数は、平均値  $m_i$ 、標準偏差  $\sigma_i$  を持つ正規分布に従う変数に近似的に変換されたことになる。この関数を図—4.7に示す。

なお、設計点  $X^*$  あるいは  $x^*$ 、それに伴う  $m'$ ,  $\sigma'$  は繰り返し計算から求められる。

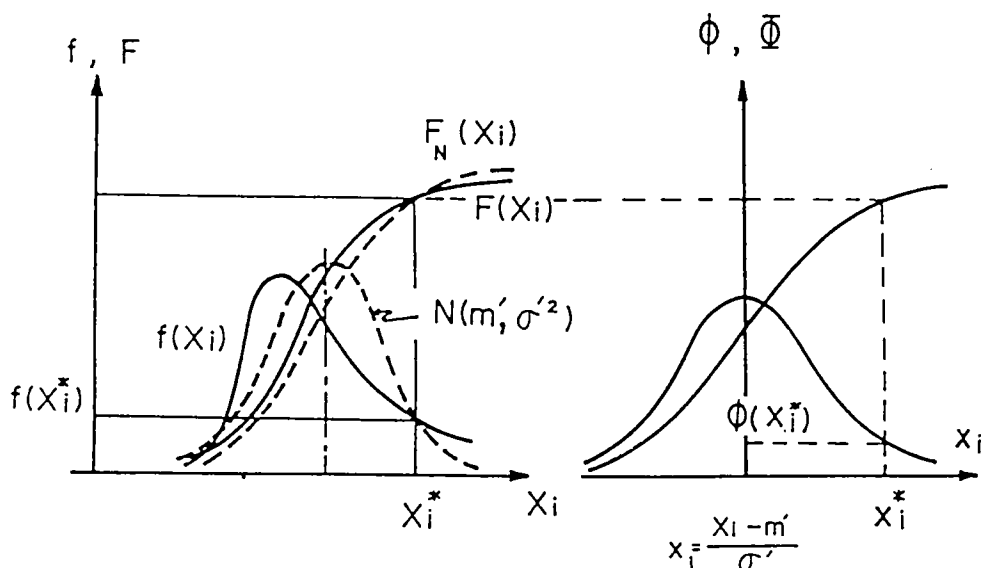
その手順は以下のようである。

- (1)  $X_i$  を仮定する。
- (2)  $\sigma'_i$ ,  $m'_i$  を式(4.43), (4.44)から求める。
- (3) 正規化空間で  $\beta_{H/L}$  が求められる点  $X_i$  を求める。
- (4)  $|X_i - X_i^*| < \epsilon$  であれば(5)へ、そうでなければ(2)へ。
- (5)  $X_i^*$  のときの  $\beta_{H/L}$  を求める。

この  $\sigma'$ ,  $m'$  を求めるための繰り返し計算は、式(4.40)において、 $X_i$  が  $x_i$  の陽な関数で表される場合つまり、

$$X_i = F_i ( \Phi (x_i) ) \quad (4.45)$$

が陽な場合には必要がない。



図—4. 7 正規分布に近似的に従う確率変数の説明

#### 4.5.4 長 による方法 <sup>29), 35)</sup>

破壊基準関数を構成する確率変数が正規分布に従わない場合に、近似的に正規分布に従う変数に変換する手法が、Rackwitz<sup>13)</sup> によって提案されたことは前節で述べた。その手法は、式(4.30)のように正規化変換された空間で、式(4.33)を繰り返して求め、式(4.34)から安全性指標を計算することにある。しかしながらこの手法は、長<sup>29)</sup>が述べているように、式(4.30)への変換が必要になることと、式(4.45)が陽な形で表せない場合には、式(4.43)および(4.44)から求まる  $\sigma'$ ,  $m'$  を用いて次式のような変換が必要となる。

$$X_i = m'_i + \sigma'_i x_i \quad (4.46)$$

そこで長<sup>29), 35)</sup> は、変換する前の元のままの破壊基準関数  $g(X)$  を用いて、前述のような作業が必要でない方法を提案した。

Rackwitz<sup>13)</sup> の提案の基本となる式は、式(4.45)である。この式(4.45)の両辺を  $x_i$  で微分すると、以下の関係を得る。

$$dX_i / dx_i = \phi(x_i) / f(X_i) \quad (4.47)$$

一方次のような関係がある。

$$\frac{\partial g}{\partial x_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{dX_i}{dx_i} \quad (4.48)$$

式(4.48), (4.47)から,

$$\frac{\partial g}{\partial x_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{\phi(x_i)}{f(X_i)} \quad (4.49)$$

また式(4.45)より,

$$g(x) = g(X) \quad (4.50)$$

であるから, 式(4.33), (4.34)は,  $g(x)$  に変換して求める必要がない。

以上がその提案の骨子である。この方法によると, ある確率変数の確率密度関数が数値だけで与えられている, つまり生の統計データのような場合の  $f(x_i)$  に対しても, 式(4.33) (4.34)を用いて安全性指標を求めることができる。また, 確率変数の確率分布を近似的な正規分布へ換算しなくて良いという点が, Rackwitz の方法と異なる点である。

なお, 確率分布の形の違いがほぼ忠実に考慮された安全性指標が求められることから, 以後長 の表現を借りてこれを  $\beta_F$  (Full distribution の意味) と表すことにする。従って, 4.3.2 で述べた Veneziano<sup>6)</sup> の指摘による不変性の欠如は, この方法によってほぼ解消できることになる。また1)についても,

$$p_f \approx \Phi(-\beta_F) \quad (4.51)$$

となることが示されている<sup>29)</sup> ことから,  $\beta_F$  は正確な破壊確率との対応が良いことが分る。

#### 4.5.5 計算例

##### a) 繰り返し荷重を受けるコンクリート円柱部材断面の安全性指標

前述の Hasofer / Lind<sup>7)</sup> によって定義された  $\beta_{H/L}$  は, 時間と共に変化する荷重あるいは繰り返し荷重等を受ける構造部材の安全性を正しく評価できないことが Grigoriu<sup>11)</sup> らによって指摘されている。この研究の安全性指標は, 時間と共に変化する荷重を確率変数として, その荷重の最大値が, 強度に関するあるレベルを超過する場合の確率  $p_f$  を求め, 正規分布に対応した  $-\Phi(p_f) = \beta^*$  をその安全性指標とするものである。しかしながらこの方法では, 確率  $p_f$  に対して  $\beta^*$  がかなり精度よく対応がつくのは, 前述したような条件を必要としている<sup>33), 35)</sup> ので, 従って破壊基準関数が線形で2変数のような場合に限られてくる。

一方, 前述した方法<sup>29), 35)</sup> によれば, このように超過確率から安全性指標を求める必要



はなく、変数の数が多く関数形が非線形でも、破壊確率と対応のよい安全性指標となる。

本計算例は、繰り返し荷重を期待再現荷重と考えることで、再現期間と安全性指標の関係を調べた。破壊基準関数が以下のように表されるものとする。

$$Z = R - S_{M,n} = A \sigma_y - S_{M,n} \quad (4.52)$$

ここで、 $A$  は部材断面積、 $\sigma_y$  は材料強度、 $S_{M,n}$  は  $T = n \cdot \Delta t$  期間中に観測される荷重の最大値で、 $T$  は期待再現期間、である。ただし、 $S_{M,n}$  は次式で表される確率分布に従うことは、良く知られている<sup>11), 36)</sup>。

$$F_{M,n}(X) = P(\max \{X\} < X) = \{F(X)\}^n \quad (4.53)$$

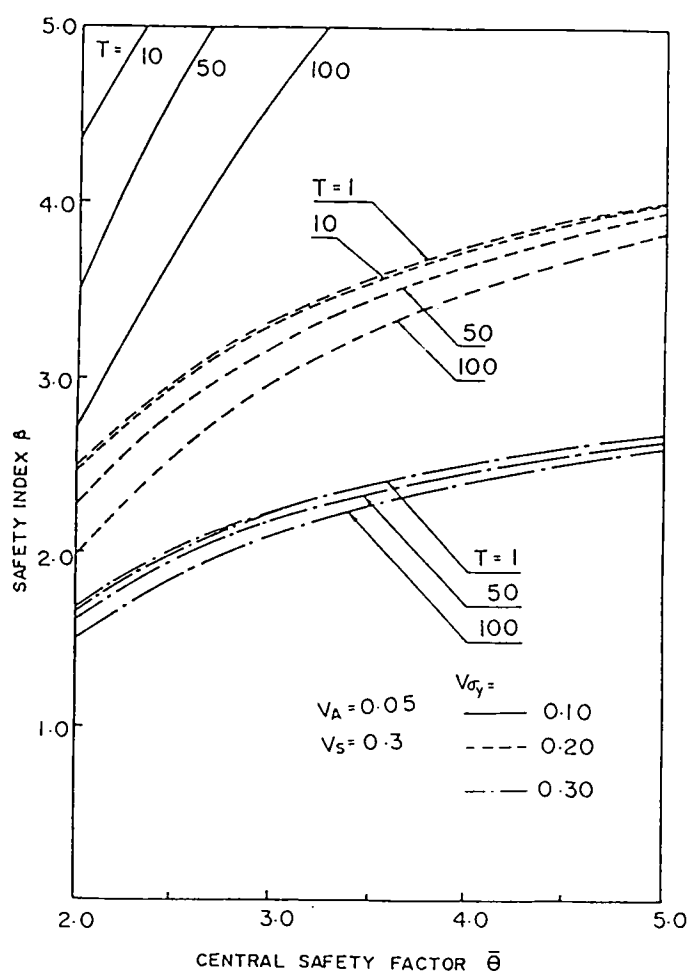
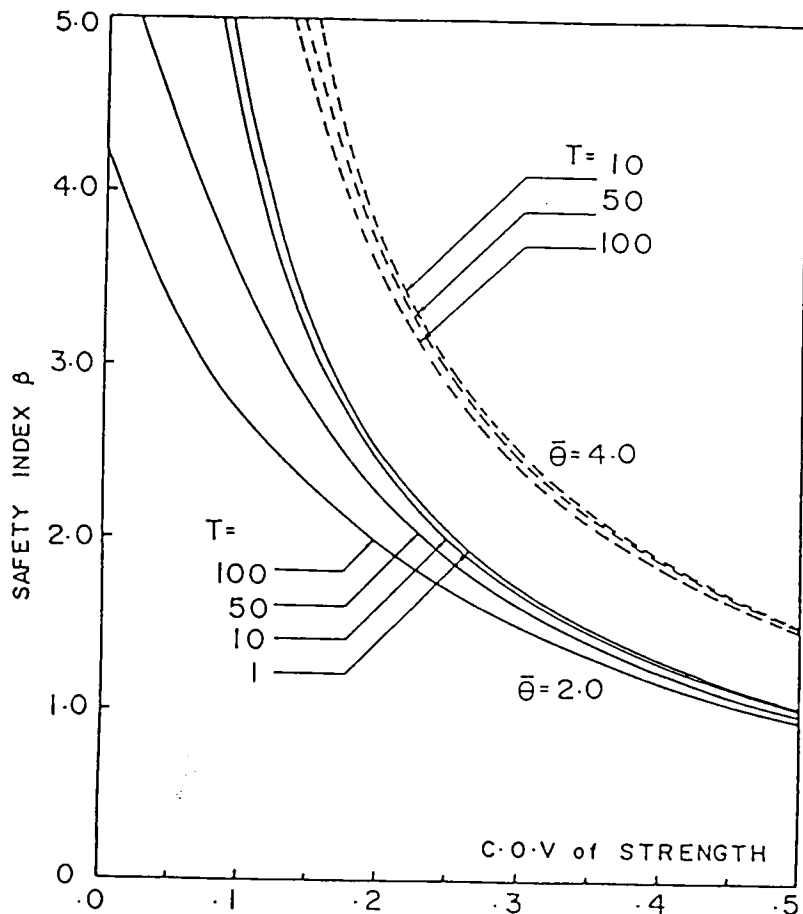


図-4.8 (a) 再現期待荷重を受ける部材断面の中央安全率と  $\beta$  の関係

これは、 $S_{M,n}$  は最大値の分布に従うことを意味している。ここで、式(4.49)に相当するものは以下で求められる。

$$\frac{dS}{dx} = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{F^{\theta-1}(S)} \cdot \frac{\phi(x)}{f(S)} \quad (4.54)$$



図—4. 8 (b) 再現期待荷重を受ける部材断面の変動係数 と  $\beta$  の関係

本計算例では、 $A$ 、 $\sigma_y$  が正規分布に従い、 $S_{M,n}$  として正規分布の最大値分布を考えた。中央安全率  $\theta = A \sigma_y / S$  と安全性指標の関係を、 $T$  をパラメタにして図—4. 8 にのせた。ただし、 $V_A = 0.10 \sim 0.30$ 、 $V_s = 0.3$  とした。

図—4. 8 から、ある一定の安全性を保証しようとする、 $T (=n \cdot \Delta t, \Delta t = 1 \text{ 年})$  の増加と共に、変動係数  $V \sigma_y$  にも関連して、必要となる断面積がかなり増加することが分る。ところで現実の設計では、すべての  $T$  に対して同じ程度の安全性を要求することではなく、短期荷重に対しては、長期に比べて安全性のレベルを低く設定することが多い。これは、

地震時における許容応力度の割増し等がその例である。しかし、このような安全性指標を安全性の確保のための一つの尺度として考えた場合、どの程度設計に反映させてゆくかが、今後の課題となろう。

なお  $S_{N,n}$  として、最大値の漸近分布である極値 I 型の最大値分布を用いた場合の、 $V \sigma_y = 0.2$  に対する安全性指標を、中央安全率の値と共に、正規分布の最大値分布と比較して、表一4.1にのせた。

表一4.1 EX-I に対する安全性指標

$\bar{\theta}$	$\{N\}^n$			EX-I
	n = 1	n = 10	n = 100	
2.0	2.49	2.35	1.98	1.96
3.0	3.33	3.24	2.97	2.88
4.0	3.75	3.69	3.50	3.43
5.0	4.01	3.96	3.82	3.79

この表から、正規分布の最大値分布を用いた場合の安全性指標は、 $T = 100$  では当然ではあるが、極値 I 型の最大値分布に対する安全性指標に近ずいている。

なお、正規分布の最大値分布の平均値  $\bar{s}(n)$  と分散  $\sigma_s(n)$  の、もともとの分布の平均値  $\bar{s}(0)$  と分散  $\sigma_s(0)$  の間には、近似的に次のような関係がある。

$$\bar{s}(n) = \bar{s}(0) + a \sigma_s(0) \quad (5.55)$$

$$\sigma_s(n) = b \sigma_s(0) \quad (5.56)$$

ここで、 $a$ 、 $b$  は定数である。本研究では、H. Ruben<sup>40)</sup>の論文に示されている結果を、この $a$ 、 $b$ の値に用いた。

b) 鉄筋コンクリート長方形はり断面の例

ここでは、第5章で用いる鉄筋コンクリート長方形はり断面についての、再現期待荷重の期間  $T (=n \cdot \Delta t)$  と安全性指標との関係を調べる。この場合の破壊基準関数は以下で表される。

$$Z = \sigma_s A_s (d - \sigma_s A_s / 1.7 \sigma_c) E_R - (M_D + M_L) E_s \quad (4.57)$$

ここで、 $\sigma_s$  は鉄筋の降伏応力度（平均値  $\bar{\sigma}_s$ ，変動係数  $V_s$ ）， $A_s$  は鉄筋量（平均値  $\bar{A}_s$ ，変動係数  $V_A$ ）， $d$  は有効高さ（平均値  $\bar{d}$ ，変動係数  $V_d$ ）， $\sigma_c$  はコンクリートの降伏応力度（平均値  $\bar{\sigma}_c$ ，変動係数  $V_c$ ）， $b$  は断面の幅（平均値  $\bar{b}$ ，変動係数  $V_b$ ）， $E_R$  は強度算定修正係数（平均値 1.0，変動係数  $V_{ER}$ ）， $M_D$  は死荷重曲げモーメント（平均値  $\bar{M}_D$ ，変動係数  $V_D$ ）， $M_L$  は活荷重曲げモーメント（平均値  $\bar{M}_L$ ，変動係数  $V_L$ ）および  $E_s$  は曲げモーメント算定修正係数（平均値 1.0，変動係数  $V_{ES}$ ），である。

これらの確率変数の、公称値を上回る確率および下回る確率，変動係数，材料強度の組合せとその重みを、表—4. 2，4. 3にのせた。

表—4. 2 特性確率  $p_i$  と変動係数  $V_i$

	A	B		A	B
$p_D^n$	0.5	0.5	$V_D$	0.05	0.05
$p_D^k$	0.05	0.05	$V_L$	0.35	0.15
$p_L^n$	0.2	0.01	$V_{ER}$	0.1	0.1
$p_L^k$	0.05	0.05	$V_{ES}$	0.1	0.1
$p_c^n$	0.2	0.2	$V_c$	0.2	0.2
$p_c^k$	0.2	0.2	$V_s$	0.05	0.05
$p_s^n$	0.01	0.01	$V_A$	0.03	0.03
$p_s^k$	0.01	0.01	$V_b$	0.04	0.04
			$V_d$	0.08	0.08

表一４．３ 材料強度の組合せとその重み (単位: kgf/cm<sup>2</sup>)

$\sigma_c^N(\sigma_{ca})$ / $\sigma_s^N(\sigma_{sa})$	180 (60)	240 (80)	300 (100)
2400 (1400)	1.0	0.5	0.0
3000 (1800)	0.0	2.0	1.0
3500 (2000)	0.0	0.0(A), 0.5(B)	0.0(A), 1.0(B)

表一４．３における ( ) の中は、材料強度の許容応力度を表し、材料の種別としては、コンクリート ( $\sigma_c$ ) ３種類、鉄筋 ( $\sigma_s$ ) を道路橋の場合 (Case - A) として２種類、道路橋の場合 (Case - B) として３種類を考えた。得られた結果を表一４．４に各変数の確率分布の形と共にのせた。

表一４．４ (a) 道路橋 (Case - A) の場合の安全性指標

	$\sigma_s, \sigma_c, A_s, b, d, E, E_s$	$M_D$	$M_L$	$\beta_F (\beta_{H/L})$		
				$n = 1$	$n = 10$	$n = 100$
1	A L L $N^a$	N	$N^{*c}$	3.86	3.41	3.01
2	A L L      N	N	EX-I <sup>d</sup>	3.03		
3	A L L $LN^b$	LN	$LN^{*e}$	3.44	3.27	3.08
4	A L L      LN	LN	EX-I	2.92		
a    正規分布,    b    対数正規分布,    c    正規分布の最大値分布						
d    極値 I 型の最大値分布,                      e    対数正規分布の最大値分布						

表一４．４ (b) 道路橋 (Case - B) の場合の安全性指標

	$\sigma_s, \sigma_c, A_s, b, d, E, E_s$	$M_D$	$M_L$	$\beta_F (\beta_{H/L})$		
				$n = 1$	$n = 10$	$n = 100$
1	A L L      Na	N	$N^{*c}$	4.58	4.25	4.04
2	A L L      N	N	EX-I <sup>d</sup>	4.04		
3	A L L      LN <sup>b</sup>	LN	$LN^{*e}$	4.72	4.30	3.98
4	A L L      LN	LN	EX-I	4.22		
a    正規分布,    b    対数正規分布,    c    正規分布の最大値分布						
d    極値Ⅰ型の最大値分布,                    e    対数正規分布の最大値分布						

この計算例では、活荷重曲げモーメント  $M_L$  に対して、再現期待荷重の意味合いで、正規分布および対数正規分布の最大値分布と、極値 I 型の最大値分布を用いた。表-4. 4 (a) と (b) から、再現期間が長くなれば（まれに生じる荷重を意味する）、安全性指標は低下してゆくことが分るが、道路橋と鉄道橋の間にはかなり安全度の確保に違いが見られる。この結果については、第5章で詳しく述べるが、このような違いの主な原因は、活荷重曲げモーメント  $M_L$  のばらつきの差異に起因するものと考えられる。また、前の計算例でも述べたことではあるが、このような再現期待荷重に対して、安全度で差をつけるとしたら、安全性指標で考えて、一体どの程度のところにレベルを設けたらよいかが、将来問題となるであろう。

#### 4. 6 モンテカルロ法による破壊確率の計算

##### 4. 6. 1 効率のよい Hannus の方法<sup>27)</sup>

構造物の破壊確率を式(4. 2)から求めるためには、各確率変数の結合密度関数が正確に分っていなければならない。もし仮にそれが正確に分ったとしても、破壊基準関数が非線形である場合には、その積分領域の複雑さから、現実解を求めることは不可能になることが一般的であろう。

このような困難さを解消するための一手法として、従来より用いられてきている方法にモンテカルロ法 (Monte - Carlo Method) がある。単純にこの手法を用いると、変数が多い場合また一般の土木構造物で考えられている  $10^{-4} \sim 10^{-6}$  のオーダーのように、確率が非常に小さい場合には、計算時間がかかるのが普通である。従って、何らかの工夫によって、計算時間の短縮と共に、計算精度の向上を図ることが必要となる。

この目的での研究には、最大値および最小値の分布を利用して効率良く破壊確率を求める方法<sup>23)</sup>が提案されているが、ここではより効率が良いと思われる、Hannus<sup>27)</sup>による方法の概要を述べ、計算例を示し、前節4. 5で述べた安全性指標との関係を調べるものである。

いま、式(4. 1)の破壊基準関数を構成する変数が互いに独立であるとき、式(4. 2)は以下のように書き改められる。

$$P_f = \int_{g(x) < 0} \dots \int \prod_{i=1}^n f_i(x) dx_i \quad (4. 58)$$

ここで、 $f_i(\cdot)$  は変数  $x_i$  の確率密度関数、である。

いま新しい変数  $w_i$  を次のように定義する。

$$w_i = F_i(x_i), \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.59)$$

ここで、 $F_i(\cdot)$  は変数  $x_i$  の確率分布関数、である。この新しい変数  $w_i$  によって式(4.58)は次のように書き改められる。

$$p_f = \int \dots \int_{g(x(w)) < 0} \prod_{i=1}^n dw_i \quad (4.60)$$

ここで、

$$X(w) = \{X_1(w_1), X_2(w_2), \dots, X_n(w_n)\} \quad (4.61)$$

$$X_i(w_i) = F_i^{-1}(w_i) \quad (4.62)$$

である。

次に、 $(0, 1)$  での一様乱数を  $u_i$  とすると、 $w_i$  は、

$$w_i = \tilde{w}_i(u_i) \quad (4.63)$$

なる関数  $\tilde{w}_i$  で表される。この  $\tilde{w}_i$  を用いて式(4.60)は、

$$p_f = \int \dots \int_{g(\tilde{w}(u)) < 0} \tilde{w}^*(u) \prod_{i=1}^n du_i \quad (4.64)$$

となる。ここで、

$$\tilde{w}^*(u) = \prod_{i=1}^n \frac{d\tilde{w}_i(u_i)}{du_i} \quad (4.65)$$

である。この関数  $\tilde{w}_i(\cdot)$  は、一様乱数  $u_i$  を、新しい  $(0, 1)$  の一様乱数に変換(mapping)するもので、ここでは選択関数(selector function)と呼ぶことにする。この選択関数は次のような形を持っている。

$$\tilde{w}_i(u_i) = 1.0 - (1.0 - u_i)^k \quad (4.66a)$$

または、

$$(k = 2, \dots, 3)$$

$$\tilde{w}_i(u_i) = u_i^k \quad (4.66b)$$

式(4.66)において、 $k=1$  ととると、普通のモンテカルロ法に帰着することが分る。

$k$  の最適値は Hannus<sup>27)</sup> によると、変数の数  $n$  と破壊確率  $p_f$  のレベルに依存する

といわれている。本研究では  $k = 3$  として用いた。このような選択関数を用いる意味として、次のような簡単な破壊基準関数を考える。

$$Z = X_1 - X_2 \quad (4.67)$$

この関数の形では、変数  $X_1$  に対しては小さ目の値、 $X_2$  に対しては大き目の値が、サンプリングされる回数が多ければ多い程、漫然と  $X_1$ 、 $X_2$  をサンプリングした場合に比較して破壊が生じるかも知れない事象の数が多くなり、従って少ない回数でより効率良く確率が計算できることが期待される。この場合、 $X_1$  に対する選択関数としては式 (4.66b) の形のものを、 $X_2$  に対するものとしては式 (4.66a) の形のものを用いればよいことが分る。この関係を図-4.9に示す。この図からも分る通り、一様乱数  $u_i$  が小さ目の値でも、(a) の形の選択関数 (式 (4.66a) に相当する) を選ぶと、大き目の  $X_i$  がサンプリングされることになるので、式 (4.67) の  $X_2$  に対してはこの形の選択関数を用いることが有利になる。逆に、(c) の形の選択関数 (式 (4.66b) に相当する) を用いると、 $u_i$  が大き目の値でも、 $X_i$  は小さ目の値がサンプリングされるので、式 (4.67) の  $X_1$  に

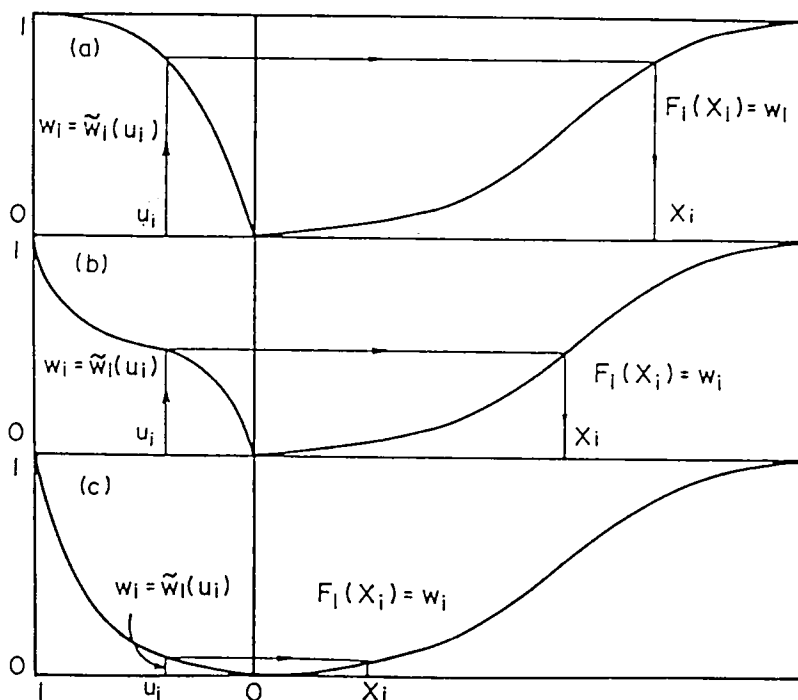


図-4.9 選択関数と分布に従う乱数発生の説明



対してはこの形の選択関数を用いることが有利になるのである。なお、破壊基準関数を構成する変数のうち、式(4.67)の  $X_1$ ,  $X_2$  のように単純にその性質が判断できるもの以外の変数については、図-4.9(b)で表されるような選択関数を用いるか、あるいは一様乱数  $u_i$  をそのまま  $w_i$  として用いるかしかないであろう。この手法のアルゴリズムは以下のようである。

- (1) 十分大きな整数  $m$  ( $\leq 1000$ ) を選ぶ。また、 $l = p = 0$  とおく。
- (2) 一様乱数  $u_i$  を  $(0, 1)$  区間で変数の数だけサンプリングする。
- (3) 式(4.66)によって  $w_i = \tilde{w}_i(u_i)$  を求める。
- (4)  $X_i = F_i^{-1}(w_i)$  を式(4.62)から求める。
- (5)  $Z = g(X)$  を式(4.1)より計算する。
- (6) もし  $Z \leq 0$  なら  $p = p + |w(u)|$  とする。
- (7)  $l = l + |w(u)|$  とおき、 $l < m$  なら(1)へ戻る。
- (8)  $pf = p/l$  で破壊確率を求める。

以上によって、比較的簡単に効率良く破壊確率の計算が求められるが、 $m$  の値としては、Hannus<sup>27)</sup>が提案している1000程度で十分であり、また選択関数の値に用いられる  $k$  としては、本研究のように  $k = 3$  として十分精度の良い値が得られることも確かめられている<sup>38)</sup>。

#### 4.6.2 計算例

##### a) 鉄筋コンクリートはり断面の例

前節4.5の計算例 b) で用いた鉄筋コンクリートはり断面の破壊確率を求める。破壊基準関数は式(4.57)で表されるものとする。また各確率変数に関連する諸量は表-4.2および表-4.3で与えられているものとする。本計算例で得られた破壊確率(重みで平均した安全性指標に対して)はそれぞれ  $5.57 \times 10^{-4}$  ( $\beta = 3.26$ , 道路橋),  $2.44 \times 10^{-6}$  ( $\beta = 3.26$ , 鉄道橋)と得られた。この計算例についての詳細な結果は、第5章の表-5.7にのせた。

本計算例では、Hannus の提案になる手法で破壊確率を求め、その結果としての  $\beta$  が、3.26, 4.57と得られたが、この結果は4.5.5の計算例の表-4.4(a), (b)の組合せ4で、 $n = 1$ の場合に対応する。これらの結果は非常に良く一致していることが分る。

従って、Hasofer / Lind によって提案された安全性指標の定義によって、 $\beta_F$  ( $\beta_{H/L}$ ) を求めれば、それは破壊確率と対応の良くつく安全性指標になっているのである。

b) 6変数の場合の例

この例は、Hannus<sup>27)</sup> によって取り上げられているもので、破壊基準関数は次のように表される。

$$Z = X_1 (X_2 - X_1 X_3 / X_4) - X_5 - X_6 \quad (4.68)$$

それぞれの確率変数の分布形および平均値、標準偏差を表一4.5にのせた。

表一4.5 分布形、平均値、標準偏差

変数	X 1	X 2	X 3	X 4	X 5	X 6
平均値	1.0	5.0	1.0	1.0	1.0	1.0
標準偏差	0.06	0.2	0.05	0.15	0.05	0.2
分布形	N <sup>a</sup>	N	N	LN <sup>b</sup>	N	EX-I <sup>c</sup>
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">a 正規分布,</div> <div style="text-align: center;">b 対数正規分布,</div> <div style="text-align: center;">c 極値 I 型最大値分布</div> </div>						

Hannus によると、この例の破壊確率は、 $1.66 \times 10^{-5} \sim 0.6 \times 10^{-5}$  の間に値が得られておりまた、 $m = 1000$  ,  $k = 3$  が用いられている。単純なモンテカルロ法を用いて計算した場合は、平均で約  $0.7 \times 10^{-5}$  の破壊確率となった。この場合の乱数の発生回数は 10000~50000 回である。また、式 (4.68) の  $\beta_F(\beta_{H/L})$  は、4.263 となる。これに対応する破壊確率は、 $2.02 \times 10^{-5}$  となり、真の破壊確率よりいく分大き目であるが、Hannus らによって得られている破壊確率の値である、 $1.66 \times 10^{-5} \sim 0.6 \times 10^{-5}$  に対する安全性指標は、本計算例で得られた  $\beta_F$  と比べて、小数点第3ケタ目以後が異なる程度の違いにしかない。従って、ここでも  $\beta_F(\beta_{H/L})$  の破壊確率との対応の良さが分った。

なお、本研究で  $m = 10000$  ,  $k = 3$  として Hannus の方法で計算 (信州大学情報処理センター, HAITAC 240H) した結果、破壊確率は  $1.07 \times 10^{-5}$  ( $\beta \approx 4.25$ ) となった。

本計算例における、1次近似2次モーメント法による安全性指標（平均値回り）は、式（4.

10）～（4.12）によって計算すると以下のようである。

$$Z = \bar{X}_1 (\bar{X}_2 - \bar{X}_1 \bar{X}_3 / \bar{X}_4) - \bar{X}_5 - \bar{X}_6 = 2.0 \quad (4.69)$$

$$\begin{aligned} \sigma_z = & (\bar{X}_2 - 2 \bar{X}_1 \bar{X}_3 / \bar{X}_4)^2 \sigma_{X_1}^2 + (\bar{X}_1)^2 \sigma_{X_2}^2 \\ & + (-\bar{X}_1^2 / \bar{X}_4)^2 \sigma_{X_3}^2 + (\bar{X}_1^2 \bar{X}_3 / \bar{X}_4^2)^2 \sigma_{X_4}^2 \\ & + (-1)^2 \sigma_{X_5}^2 + (-1)^2 \sigma_{X_6}^2 = 0.1399 \end{aligned} \quad (4.70)$$

$$\beta = Z / \sigma_z = 5.348 \quad (4.71)$$

この値は、 $\beta_F$  と大きく異なることが分り、従ってこの計算例のような場合においては、1次近似2次モーメント安全性指標は、安全度の確保のための有効な尺度とはなり得ないことが分る。

#### 4.7 まとめ

本研究は、信頼性設計においてよく用いられている安全性指標が、安全度の確保のための実用的な尺度となり得る点に主眼を置いて、その有効性を調べた。本研究を要約すると以下のようになる。

（1）一般に、1次近似2次モーメント法による安全性指標は、真の破壊確率との対応が悪く破壊基準関数に対して不変性を有していない。

（2）Hasofer と Lind によって定義された安全性指標は、破壊基準関数に対して不変性を有している他に、変数が正規分布また対数正規分布に従う場合には、破壊確率との対応もかなり良い指標となる。

（3）全確率分布安全性指標  $\beta_F$  は、前述した Veneziano によって指摘された不変性の欠如に対する問題点をほとんど解消する。またモンテカルロ法により求められた破壊確率との対応は、分布形によらず良好である。

（4）このような、比較的破壊確率と対応の良い安全性指標を用いれば、信頼性理論に基づいた、終局強度設計法における荷重係数の決定および、限界状態設計法の部分安全係数の決定において、安全度の確保のための有効な尺度となる。

（5）時間に依存するような荷重に対しても、安全性指標は安全度の確保のための尺度として有効である。

## 参考文献

- 1) Freudentahl, M., Garrelts, M. and Shinozuka, M.: The Analysis of Structural Safety, ASCE, No. ST1, 1966.
- 2) Ang, A. H-S. and Amin, M.: Safety Factors and Probability in Structural Design, ASCE, No. ST7, pp. 1389~1405, 1969.
- 3) Ang, A. H-S. and Cornell, C.A.: Reliability Bases of Structural Safety and Design, ASCE, No. ST9, pp. 1755~1769, 1974.
- 4) Ellingwood, B.R. and Ang, A.H-S.: Risk-Based Evaluation of Design Criteria, ASCE, No. ST9, pp. 1771~1788, 1974.
- 5) Ravindra, M. K., Lind, N.C. and Siu, W.: Illustrations of Reliability - Based Design, ASCE, No. ST9, pp. 1789~1811, 1974.
- 6) Veneziano, D.: Contribution to Second Moment Reliability Theory, MIT Research Report R 74-33, 1974.
- 7) Hasofer, A.M. and Lind, N.C.: Exact and Invariant Second - Moment Code Format, ASCE, No. EM1, pp. 111~121, 1974.
- 8) Lind, N.C.: Formation of Probabilistic Design, ASCE, No. EM2, pp. 273~284, 1977.
- 9) Fiessler, B., Neuman, H-J. and Rackwitz, R.: Quadratic Limit State in Structural Reliability, ASCE, No. EM4, pp. 661~676, 1979.
- 10) Veneziano, D.: New Index of Reliability, ASCE, No. EM2, pp. 277~296, 1979.
- 11) Grigoriu, M. and Turkstra, C.: Structural Safety Indices For Repeated Loads, ASCE, No. EM4, pp. 829~843, 1978.
- 12) Rackwitz, R. and Fiessler, B.: Structural Reliability under Combined Random Load Sequence, Computers and Structures, vol.9, pp. 489~494, 1978.
- 13) Rackwitz, R.: First Order Reliability Methods, Technical University of Munich, Sonderforschungsbereich 96, April, 1980.
- 14) 白石, 古田, 池島: 信頼性解析法へのファジィ理論の適用に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第 325 号, pp. 1 ~ 10, 1982 年 9月.

- 15) 杉山, 酒井, 藤野, 伊藤: 構造設計における信頼性レベル・安全率の設定に関する考察, 土木学会論文報告集, 第 327 号, pp. 21~28, 1982年 11 月.
- 16) Moses, F. and Stevenson, J.: Reliability - Based Structural Design, ASCE, No. ST2, pp. 221 ~ 244, 1970.
- 17) Moses, F.: Reliability of Structural Systems, ASCE, No. ST9, pp. 1813~1820, 1974.
- 18) Ravindra, M. and Lind, N.C.: Theory of Structural Code Optimization, ASCE, No. ST7, pp. 1541~1553, 1973.
- 19) Lind, N.C.: Approximate Analysis and Economics of Structures, ASCE, No. ST6, pp. 1177~1196, 1976.
- 20) Mau, S. and Sexsmith, R.: Minimum Expected Cost Optimization, ASCE, No. ST9, pp. 2043~2058, 1972.
- 21) Switzky, H.: Minimum Weight Design with Structural Reliability, AIAA. 5th Annual Structures and Materials Conference, pp. 316~322. 1964.
- 22) Moses, F. and Kinser, D.E. : Optimum Structural Design with Failure Probability Constraints, AIAA, pp. 1152 ~ 1158, 1967.
- 23) 長 尚: 限界状態設計法の採用による経済性の改善について, 第 27 回構造工学シンポジウム, pp. 11~18, 1981年 2月.
- 24) 土木学会編: 構造物の安全性・信頼性, pp. 52~53, 昭和 51 年 10 月.
- 25) 伊藤 学: 構造設計における安全性の規範, 土木学会誌, pp. 35 ~ 43, 1975 年 8月.
- 26) 都甲泰正: 原子力の安全評価における不確実問題, 土木計画学シンポジウム, pp. 61 ~ 66, No. 14, 1980年 6月.
- 27) Hannus, M.: Numerical Analysis of Structural Reliability, Technical Research Centre of Finland, Building Technology and Community Development Publication 5, Helsinki, 1973.
- 28) Cornell, C. A. : Structural Safety Specifications Based on Second Moment Reliability Analysis, Final Report, IABSE Symposium on Concepts of Safety Method on Design, pp. 235 ~ 246, 1969.
- 29) 長 尚: 安全性指標に関する若干の考察, 土木学会論文報告集, 第 324 号, pp. 221 ~

230, 1982 年 8 月.

- 30) Ellingwood, B., Galambos, T.B., MacGregor, J.G. and Cornell, C.A.: Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58, NBS Special Publication 577, 1980.
- 31) Siu, W.W.C., Parimi, S.R. and Lind, N.C.: Practical Approach to Code Calibration, ASCE, No. ST7, pp. 1469 ~ 1480, 1975.
- 32) 藤野陽三: 確率論に基づく安全性照査法と構造設計, 土木学会誌, pp. 33~39, 2月, 1978.
- 33) 長, 小山: 安全性指標  $\beta$  に関する若干の考察, 土木学会中部支部研究発表会概要集, 1—8, 昭和 55 年 2 月.
- 34) Parkinson, D.: Solution for Second Moment Reliability Index, ASCE, No. EM5, pp. 1267~1275, 1978.
- 35) 長, 小山, 庭野: 安全性指標  $\beta$  の安全性の尺度としての有効性について, 第 36 回 土木学会年次学術講演会概要集, 1- 317, 昭和 56 年 10 月.
- 36) 小山, 長, 庭野: 再現期待荷重を考慮した構造部材の安全性について, 第 36 回 土木学会年次学術講演会概要集, 1- 319, 昭和 56 年 10 月.
- 37) 長, 小山: 破壊確率の一計算法について, 土木学会中部支部研究発表会概要集, 1—7, 昭和 55 年 2 月.
- 38) 川北司郎: 安全性指標と破壊確率, 信州大学工学部卒業論文, 昭和 57 年 2 月.
- 39) 松本嘉司: 土木構造設計, 現代土木工学 5, 丸善, 昭和 50 年 11 月.
- 40) Ruben, H.: On the Moments of Order Statistics in Samples from Normal Populations, Biometrika, pp. 200 ~ 227, vol. 41, 1954.

## 第5章 コード・キャリブレーション

## 5.1 コード・キャリブレーション概説

わが国における、鉄筋コンクリート構造物の現行の設計法は、いわゆる許容応力度設計法である。しかしこの設計法は、塑性理論および信頼性理論の観点からみて、設計された部材もしくは構造物の安全性を的確に評価することが難しく、第2章で述べてように、バランスのとれた安全度を確保することが出来ないという、欠点を有している。そこで、将来日本においても限界状態設計法に移行すべく、土木学会コンクリート委員会の限界状態設計小委員会で、設計指針（案）の検討が行われている<sup>2)～5)</sup>。しかしながら、この移行にあたって、安全性のレベルをどの辺に設定するかということに対して、決め手となる判断基準がない。そのため、新しい設計基準のフォーマットの係数パラメタをどの程度にするかということが、最大の問題となる。そこで、これらのパラメタを決定するにあたっての判断資料を得る目的で、現行の許容応力度設計法の平均的な安全レベルに、新しい設計法の安全レベルを合せて、これらのパラメタを求めること、つまりコード・キャリブレーションすることが必要となってくる。

本研究は、現在上記小委員会の素案に示されている設計フォーマットに従って、常時（死荷重＋活荷重）の終局限界状態を対象としたコード・キャリブレーションの方法について述べ、計算結果を示し、若干の考察を行ったものである。

## 5.2 コンクリート構造部材のコード・キャリブレーションの方法

## 5.2.1 序

信頼性理論に基礎をおいたコード・キャリブレーションに関する研究は、主として終局強度設計フォーマットに対して Ang<sup>6)～9)</sup>, Lind<sup>10)～12)</sup> らによって行われている。日本では鋼構造を対象として、許容応力度設計法と荷重係数設計法とのコード・キャリブレーションについて、伊藤、藤野<sup>13), 14)</sup> らによって研究が行われている。

これらのコード・キャリブレーションの手法には、基本的には2通りの方法がある。第1の方法は、Ang らによって提案されたもので、信頼性理論に基づく設計基本式を変形して、終局強度設計法の設計基本式のように表し、強度減係数  $\phi$  および荷重係数  $\gamma_j$  に相当する部分を式で表現する方法である<sup>15), 16)</sup>。第2の方法は Lind らの提案になるもので、目標とする安全レベルを示す目標安全性指標  $\beta$  を何らかの方法で定め、採用する  $\phi$ ,  $\gamma_j$  によって生ずる安全性指標がなるべく  $\beta$  に一致するように、重みつき最小二乗法により  $\phi$ ,  $\gamma_j$  を決定する方法である<sup>11)</sup>。以下前者を整合式による方法、後者を目標安全性指標による方法と呼ぶことにする。

本研究ではまずこれらの2方法に基づくコード・キャリブレーションの定式化について、鉄筋コンクリート長方形はり断面の常時の終局限界状態を対象として述べ、この両者を併用したパラメタの決定法について記す。なお、長方形はり断面に限ったのは、定式化の便宜のためであるが同時に、次のような理由から、ある程度の一般性は保たれると考えたからである。すなわち、安全性のレベルを議論する場合、断面形状の違い（長方形断面とT形断面）は余り大きく響かない<sup>17)</sup>。また柱断面は常時よりも地震時で断面寸法が決るのに対し<sup>18)</sup>、はり断面の断面寸法、主鉄筋量は常時の曲げによって決ることが多いと考えられるからである。なお、断面形状の違いについては、5.4で述べることにする。

## 5.2.2 現行設計の安全性レベルの評価方法

いま材料強度、断面寸法などの確率変数、

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_q) \quad (5.1)$$

の関数として表される断面の強度  $R$  が次のように表されるものとする。

$$R = f_R(\mathbf{x}) \quad (5.2)$$

また、断面に作用する断面力（この場合は曲げモーメント） $S$  は、死荷重、活荷重などの確率変数、

$$\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_r) \quad (5.3)$$

の関数として次のように表されるものとする。

$$S = f_S(\mathbf{y}) \quad (5.4)$$

これらの関数の平均値、分散は個々の確率変数の平均値、分散を用いて表すと次のようになる。ただし、Lind の提案<sup>19)</sup>になる線形化近似を用い、確率変数間に相関はないものとして



いる。

$$\overline{f_R(\mathbf{x})} = f_R(\bar{\mathbf{x}}), \quad \overline{f_S(\mathbf{y})} = f_S(\bar{\mathbf{y}}) \quad (5.5)$$

$$\sigma_R^2 = \sum_{i=1}^g \left( \frac{\partial f_R}{\partial x_i} \right)^2_{\bar{\mathbf{x}}} \sigma_{x_i}^2, \quad \sigma_S^2 = \sum_{j=1}^r \left( \frac{\partial f_S}{\partial y_j} \right)^2_{\bar{\mathbf{y}}} \sigma_{y_j}^2 \quad (5.6)$$

これらの関係を用いると、Cornell の提案<sup>20)</sup>になる安全性指標  $\beta$  は次のように表される。ただし、 $f_R(\mathbf{x}) - f_S(\mathbf{y})$  は対数正規分布するものと仮定した。この仮定は、正規分布と仮定するよりは好ましいといえるが、その他の確率分布より実際によく合うという理由から設けられものでは勿論ない。あくまでも、実用的な計算を進めるためにはこの他の確率分布では不適当だという理由からに過ぎない。従って、特に  $\beta$  の値が大きい場合には、その値に絶対的な意味はない。そのためこの  $\beta$  は相対的に安全性のレベルを評価する尺度として用いられるものであり<sup>7)</sup>、コード・キャリブレーションにこのような  $\beta$  を用いることは、十分意味があると考えられる。

$$\beta = \ln \{ f_R(\bar{\mathbf{x}}) / f_S(\bar{\mathbf{y}}) \} / \sqrt{V_R^2 + V_S^2} \quad (5.7)$$

ここで、

$$V_R = \sigma_R / f_R(\bar{\mathbf{x}}), \quad V_S = \sigma_S / f_S(\bar{\mathbf{y}}) \quad (5.8)$$

である。

従って、現行の許容応力度設計法に基づいて設計されたはり断面について、 $f_R$ 、 $f_S$ 、

$\bar{\mathbf{x}}$ 、 $\bar{\mathbf{y}}$ 、 $\sigma_{\mathbf{x}}$ 、 $\sigma_{\mathbf{y}}$  などがわかれば、この式(5.7)によって、現行設計の安全性レベルの数量的な評価(相対的な意味での)ができることになる。

鉄筋コンクリート長方形はり断面の強度  $R$  (抵抗曲げモーメント) を、確率変数  $\sigma_c$  (コンクリートの円柱供試体の強度、平均値  $\bar{\sigma}_c$ 、変動係数  $V_c$ )、 $\sigma_s$  (鉄筋の降伏点強度、平均値  $\bar{\sigma}_s$ 、変動係数  $V_s$ )、 $A_s$  (鉄筋量、平均値  $\bar{A}_s$ 、変動係数  $V_A$ )、 $b$  (断面の幅、平均値  $\bar{b}$ 、変動係数  $V_b$ )、 $d$  (有効高さ、平均値  $\bar{d}$ 、変動係数  $V_d$ ) および  $E_R$  (強度算定修正係数<sup>7)</sup>、平均値 1.0、変動係数  $V_{ER}$ ) の関数として次のように表す<sup>21)</sup>。

$$R = f_R(\mathbf{x}) = f_R(\sigma_c, \sigma_s, A_s, b, d, E_R) \quad (5.9)$$

ここでは、はりの断面の破壊形式は引張破壊と仮定(一般に非常に小さい確率で起る圧縮破壊を引張破壊として扱うために生じる  $\beta$  の誤差は小さく、またもともと式(5.5)～(5.8)は正確なものではないので)し、抵抗曲げモーメントの算定式は通常良く用いられている式を用いると、式(5.9)は次のようになる。

$$f_R(x) = \sigma_s A_s \left( d - \frac{\sigma_s A_s}{1.7 \sigma_c b} \right) E_R \quad (5.10)$$

ところで、許容応力度設計法では通常コンクリートの最大応力度が許容応力度  $\sigma_{ca}$ 、鉄筋の応力度が許容応力度  $\sigma_{sa}$  となるような、つり合い断面付近で設計が行われる。そこで以下、許容応力度設計法による設計断面はつり合い断面であるとする。このような扱いも、本研究の目的が、安全性のレベルを大まかに議論しようとするところにあることから言って許せるものと思う。

式(5.10)に式(5.5)、(5.6)を用いて  $f_R(\bar{x})$ ,  $\sigma_R$  を計算すると次のようになる。

$$f_R(\bar{x}) = C_R \bar{b} \bar{d}^2 \quad (5.11)$$

$$\sigma_R = \rho_R \bar{b} \bar{d}^2 \quad (5.12)$$

ここで、

$$C_R = \bar{\sigma}_s \bar{p} (1 - a_0) \quad (5.13)$$

$$\rho_R = \bar{\sigma}_s \bar{p} \sqrt{a_0^2 (V_c^2 + V_b^2) + (1 - 2a_0)^2} \cdot \sqrt{(V_s^2 + V_A^2) + (1 - a_0)^2 V_{ER}^2 + V_d^2} \quad (5.14)$$

$$\bar{p} = \frac{\bar{A}_s}{\bar{b} \bar{d}} \quad (5.15)$$

$$a_0 = \frac{\bar{\sigma}_s \bar{p}}{1.7 \bar{\sigma}_c} \quad (5.16)$$

である。従って、 $V_R$  は式(5.8)より次のようになる。

$$V_R = \frac{\rho_R}{C_R} \quad (5.17)$$

ここで、 $b$ ,  $d$ ,  $A_s$  などの平均値が設計値であるとする（厳密には言えないであろうが）と、 $\bar{p}$  はつり合い鉄筋比  $p_0$  に一致して次のようになる。

$$\bar{p} = p_0 = \frac{\sigma_{ca} k_0}{2 \sigma_{sa}} \quad (5.18)$$

ここで、

$$k_0 = \frac{15 \sigma_{ca}}{15 \sigma_{ca} + \sigma_{sa}} \quad (5.19)$$

である。

次に断面に作用する曲げモーメント（常時） $S$  を、確率変数  $M_D$ （死荷重曲げモーメント、平均値  $\bar{M}_D$ 、変動係数  $V_D$ ）、 $M_L$ （活荷重曲げモーメント、平均値  $\bar{M}_L$ 、変動係数  $V_L$ ）、および  $E_s$ （曲げモーメント算定修正係数<sup>7)</sup>、平均値 1.0、変動係数  $V_{Es}$ ）の関数として次のように表す。

$$S = f_S(\bar{y}) = (M_D + M_L) E_S \quad (5.20)$$

ところで、現行の許容応力度設計法で用いられている荷重（以下これを、公称荷重という） $D^n, L^n$  で計算された曲げモーメント（以下これを、公称作用曲げモーメントという） $M_D^n + M_L^n$  は、つり合い断面については次のような関係がある。

$$M_D^n + M_L^n = \nu_E \bar{b} \bar{d}^2 \quad (5.21)$$

ここで、

$$\nu_E = 0.5 \sigma_{ca} k_o \left(1 - \frac{k_o}{3}\right) \quad (5.22)$$

である。この  $\nu_E$  を用いて式 (5.20) を次のように書き改める。

$$S = \nu_E \bar{b} \bar{d}^2 (m_D + m_L) E_S \quad (5.23)$$

ここで、 $m_D$ （死荷重率、平均値  $\bar{m}_D$ 、公称値  $m_D^n$ 、変動係数は  $M_D$  と同じ  $V_D$ ）、 $m_L$ （活荷重率、平均値  $\bar{m}_L$ 、公称値  $m_L^n$ 、変動係数は  $M_L$  と同じ  $V_L$ ）は、計算された作用曲げモーメントの中に死荷重によるものと、活荷重によるものとがどのような割合で入っているかを示す確率変数である。また、

$$M_D = m_D \nu_E \bar{b} \bar{d}^2, \quad M_L = m_L \nu_E \bar{b} \bar{d}^2 \quad (5.24)$$

$$M_D^n = m_D^n \nu_E \bar{b} \bar{d}^2, \quad M_L^n = m_L^n \nu_E \bar{b} \bar{d}^2 \quad (5.25)$$

とも表され、次のような関係がある。

$$m_D^n + m_L^n = 1.0 \quad (5.26)$$

式 (5.23) に式 (5.5)、(5.6) を用いて、 $f_S(\bar{y})$ 、 $\sigma_S$  を計算すると次のようになる。

$$f_S(\bar{y}) = C_S \bar{b} \bar{d}^2 \quad (5.27)$$

$$\sigma_S = \rho_S \bar{b} \bar{d}^2 \quad (5.28)$$

ここで、

$$C_S = \nu_E (\bar{m}_D + \bar{m}_L) \quad (5.29)$$

$$\rho_S = \nu_E \sqrt{\bar{m}_D^2 V_D^2 + \bar{m}_L^2 V_L^2 + (\bar{m}_D^2 + \bar{m}_L^2) V_{ES}^2} \quad (5.30)$$

である。従って  $V_S$  は式 (5.8) より次のようになる。

$$V_S = \frac{\rho_S}{C_S} \quad (5.31)$$

以上の結果を式 (5.7) に入れると、現行設計の安全性レベルを示す安全性指標  $\beta_w$  は次

のようになる。

$$\beta_W = \ln\left(\frac{C_R}{C_S}\right) \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\rho_R}{C_R}\right)^2 + \left(\frac{\rho_S}{C_S}\right)^2}} \quad (5.32)$$

この式(5.32)の中には、断面の幅、有効高さ、鉄筋量および荷重の平均値は入っておらず、これらの値を本研究では必要としない。このようになったのは、許容応力度設計法で設計された断面を前述したように、つり合い断面で代表させたからである。従って、式(5.32)を計算するには、各確率変数の変動係数の他に、コンクリートと、鉄筋の強度の平均値  $\bar{\sigma}_c$ ,  $\bar{\sigma}_s$  と荷重率の平均値  $\bar{m}_D$ ,  $\bar{m}_L$  が必要である。これらの値は公称強度(現行のコンクリートの設計基準強度、鉄筋の規格値)  $\sigma_c^n$ ,  $\sigma_s^n$  および公称死荷重比  $\xi (=L^n/D^n)$  を用いて次式から求めることにする。

$$\bar{\sigma}_c = \sigma_c^n \exp(t_c^n V_c) \quad (5.33)$$

$$\bar{\sigma}_s = \sigma_s^n \exp(t_s^n V_s) \quad (5.34)$$

$$m_D^n = \frac{1}{1+\xi}, \quad m_L^n = \frac{\xi}{1+\xi} \quad (5.35)$$

$$\bar{m}_D = \frac{m_D^n}{\exp(t_D^n V_D)} = \frac{1}{(1+\xi) \exp(t_D^n V_D)} \quad (5.36)$$

$$\bar{m}_L = \frac{m_L^n}{\exp(t_L^n V_L)} = \frac{\xi}{(1+\xi) \exp(t_L^n V_L)} \quad (5.37)$$

ここで、

$$t_j^n = \Phi^{-1}(p_j^n) \quad (5.38)$$

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_t^\infty \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du \quad (5.39)$$

$p_c^n$ ,  $p_s^n$  はコンクリートおよび鉄筋の強度がそれぞれの公称値を下まわる確率,  $p_D^n$ ,  $p_L^n$  は死荷重および活荷重の値がそれぞれの公称値を上まわる確率, である。

以上により、 $p_c^n$ ,  $p_s^n$ ,  $p_D^n$ ,  $p_L^n$ ,  $V_c$ ,  $V_s$ ,  $V_D$ ,  $V_L$ ,  $V_b$ ,  $V_d$ ,  $V_A$ ,  $V_{ER}$ ,  $V_{ES}$ ,  $\sigma_c^n(\sigma_{ca})$ ,  $\sigma_s^n(\sigma_{sa})$ ,  $\xi$  がわかれば、現行設計の安全レベルを評価する安全性指標  $\beta_W$  を計算することができる。

なお本節で用いた強度算定誤差  $E_R$ , 曲げモーメント算定誤差  $E_S$  は Ang<sup>7), 8)</sup> らが用いている修正係数  $N_r$ ,  $N_s$  に相当するもので、強度および曲げモーメントを算定する式が不完全であることを補正する係数つまり、計算値に対する真の値の比を意味するところの確率変数である。

### 5. 2. 3 整合式による方法

土木学会コンクリート委員会の終局強度小委員会の案<sup>2) ~ 5)</sup> (以下単に案という) に示されている設計フォーマットを常時の終局限界状態について書くと次のようになる。

$$\frac{1}{\tau_{nm}} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{\tau_{mc}}, \frac{\sigma_{sk}}{\tau_{ms}}\right) > \tau_{nf} \{ \tau_{fu} (G_k + \tau_{fL} Q_{kL}) \} \quad (5.40)$$

ここで、 $\tau_{nm}$  は強度安全係数、 $\tau_{mc}$  はコンクリートの材料係数、 $\tau_{ms}$  は鉄筋の材料係数、 $\tau_{fu}$ ,  $\tau_{fL}$  は荷重係数、 $\sigma_{ck}$  はコンクリートの強度の特性値、 $\sigma_{sk}$  は鉄筋の強度の特性値、 $G_k$  は死荷重の特性値、 $Q_{kL}$  は活荷重の特性値、 $\tau_{nf}$  は断面力安全係数、である。

ここではコード・キャリブレーションの便宜を考えて、式(5.40)を次のように書き改める。

$$\frac{1}{\tau_{nms}} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{\eta}, \sigma_{sk}\right) > \tau_D M_D^k + \tau_L M_L^k \quad (5.41)$$

ここで、

$$\tau_{nms} = \tau_{nm} \tau_{ms} \quad (5.42)$$

$$\eta = \frac{\tau_{mc}}{\tau_{ms}} \quad (5.43)$$

$$\tau_D = \tau_n \tau_{fu} \quad (5.44)$$

$$\tau_L = \tau_n \tau_{fu} \tau_{fL} \quad (5.45)$$

$M_D^k$  は死荷重の特性値から計算される曲げモーメント、 $M_L^k$  は活荷重の特性値から計算される曲げモーメント、である。

一方、信頼性理論の2次モーメント法に基づいて、現行の許容応力度設計法の安全レベルに一致させた設計基本式は、式(5.7)を参照にして次のようになる。

$$f_R(\bar{x}) > f_S(\bar{y}) \exp(\beta_W \sqrt{V_R^2 + V_S^2}) \quad (5.46)$$

この式(5.46)を式(5.41)の形に表現したときの、式(5.41)の  $\tau_{nms}$ ,  $\tau_D$ ,  $\tau_L$  に相当する部分が、これらのパラメータを求める整合式となる。

いま、

$$\alpha_R = \frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}}, \quad \alpha_S = \frac{V_S}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}} \quad (5.47)$$

とおき、これを式(5.46)に入れると次のようになる。

$$f_R(\bar{x}) > f_S(\bar{y}) \exp(\beta_W \alpha_R V_R + \alpha_S V_S) \quad (5.48)$$

この式(5.48)に、

$$f_S(\bar{y}) = \bar{M}_D + \bar{M}_L \quad (5.49)$$

の関係を入れ、強度に関係するものを左辺にもってきて整理すると次のようになる。

$$f_R(\bar{x}) \exp(-\beta_W \alpha_R V_R) > (\bar{M}_D + \bar{M}_L) \exp(\beta_W \alpha_S V_S) \quad (5.50)$$

さらにこの式(5.50)の右辺を分離して次のように表す。

$$f_R(\bar{x}) \exp(-\beta_W \alpha_R V_R) > \bar{M}_D \exp(\alpha \beta_W V_{DE}) + \bar{M}_L \exp(\alpha \beta_W V_{LE}) \quad (5.51)$$

ここで、 $V_{DE}$ ,  $V_{LE}$  は式(5.20)を参照して、

$$V_{DE} = \sqrt{V_D^2 + V_{ES}^2}, \quad V_{LE} = \sqrt{V_L^2 + V_{ES}^2} \quad (5.52)$$

であり、 $\alpha$  は次式を満たす値である。

$$\begin{aligned} & (\bar{M}_D + \bar{M}_L) \exp(\beta_W \alpha_S V_S) \\ & = \bar{M}_D \exp(\alpha \beta_W V_{DE}) + \bar{M}_L \exp(\alpha \beta_W V_{LE}) \end{aligned} \quad (5.53)$$

この式を次のように書き改める。

$$\left\{ \frac{f_R(\bar{x}) \exp(-\beta_W \alpha_R V_R)}{f_R\left(\frac{\sigma_{ck}}{\eta}, \sigma_{sk}\right)} \right\} f_R\left(\frac{\sigma_{ck}}{\eta}, \sigma_{sk}\right) \\ > \left\{ \frac{\bar{M}_D \exp(\alpha \beta_W V_{DE})}{M_D^k} \right\} M_D^k + \left\{ \frac{\bar{M}_L \exp(\alpha \beta_W V_{LE})}{M_L^k} \right\} M_L^k \quad (5.54)$$

この式(5.54)と式(5.41)との対比から、 $\tau_{nms}, \tau_D, \tau_L$  は次のように表される。

$$\tau_{nms} = \frac{f_R\left(\frac{\sigma_{ck}}{\eta}, \sigma_{sk}\right) \exp(\beta_W \alpha_R V_R)}{f_R(\bar{x})} \quad (5.55)$$

$$\tau_D = \frac{\bar{M}_D \exp(\alpha \beta_W V_{DE})}{M_D^k} \quad (5.56)$$

$$\tau_L = \frac{\bar{M}_L \exp(\alpha \beta_W V_{LE})}{M_L^k} \quad (5.57)$$

さて、式(5.10)～(5.13)を参照して、

$$C_k = \sigma_{sk} \bar{p} \left( 1 - \frac{\eta \sigma_{sk} \bar{p}}{1.7 \sigma_{ck}} \right) \quad (5.58)$$

とおけば、

$$f_R\left(\frac{\sigma_{ck}}{\eta}, \sigma_{sk}\right) = C_k \bar{b} \bar{d}^2 \quad (5.59)$$

となり、この式(5.59)と式(5.55)の $\tau_{nms}$ は次のようになる。

$$\tau_{nms} = \frac{C_k \exp(\beta_W \alpha_R V_R)}{C_R} \quad (5.60)$$

この式(5.60)中のコンクリートと鉄筋の強度の特性値は式(5.33)、(5.34)より計算されるそれぞれの平均値を用いて次式から求める。

$$\sigma_{ck} = \bar{\sigma}_c \exp(-t_c^k V_c) \quad (5.61)$$

$$\sigma_{s,k} = \bar{\sigma}_s \exp(-t_s^k V_s) \quad (5.62)$$

ここで,

$$t_j^k = \Phi^{-1}(p_j^k) \quad (5.63)$$

$p_c^k, p_s^k$  はコンクリートおよび鉄筋の強度がそれぞれの特性値を下まわる確率, である。

次に, 曲げモーメントの特性値は式(5.36), (5.37)から計算される平均値を用いて, 次式から求める。

$$M_D^k = \bar{M}_D \exp(t_D^k V_D) \quad (5.64)$$

$$M_L^k = \bar{M}_L \exp(t_L^k V_L) \quad (5.65)$$

ここで,  $t_D^k, t_L^k$  は式(5.63)と同じで,  $p_D^k, p_L^k$  は死荷重および活荷重の値がそれぞれの特性値を上まわる確率である。従って, 式(5.56), (5.57)の  $\tau_D, \tau_L$  は次のようになる。

$$\tau_D = \exp(\alpha \beta_W V_{DE} - t_D^k V_D) \quad (5.66)$$

$$\tau_L = \exp(\alpha \beta_W V_{LE} - t_L^k V_L) \quad (5.67)$$

これらの式(5.60), (5.66), (5.67)からパラメタ  $\tau_{nms}$ ,  $\tau_D$ ,  $\tau_L$  を計算するには前節の  $\beta_W$  を求めるために必要なデータの他に,  $p_c^k, p_s^k, p_D^k, p_L^k, \eta$  の値が必要となってくる。

本計算法では妥当と思われる  $p_j, V_j, \eta$  が決められたとしても,  $\sigma_c^n(\sigma_{ca}), \sigma_s^n(\sigma_{sa}), \xi$  の値によって違った結果が得られる。このことはまた, これらの要因の違いによって安全性のレベルが違った設計を現行設計は行っていることを示している。ところで, コード・キャリブレーションの目的は, 現行設計の平均的な安全レベルに整合させることである。もしすべてを合わせるものとしたら, これらの要因の違う毎にパラメタの値を変える必要があるが, そのようなことをすることは結果として, 現行設計の持つ安全性に関する不合理をそのまま持込むことになり, 新しい設計法の意義がなくなってしまう。従ってここでは, 通常考えられる  $\sigma_c^n(\sigma_{ca}), \sigma_s^n(\sigma_{sa}), \xi$  の組み合わせについてパラメタを求めて, それらの重みつき平均を取ることにする<sup>11)</sup>。もちろん, このようにして求めたパラメタを用いて式(5.40)による限界状態設計を行っても, 前述の要因の違いによって  $\beta$  の値は違ってくる。何故なら, 式(5.40)は完全な信頼性理論による設計式ではないからである。しかし, 現行の許容応力度設計法によるよりは違いの程度は小さくなる。この点に関しては後述する。



なお, Ang<sup>7)</sup> らは式(5.46)を強度の部分と断面力の部分とを分離するために, 式(5.47)の  $\alpha_R, \alpha_S$  に相当するものを,

$$\alpha_{RS}=0.75 \quad (5.68)$$

と同一定数を用いているが, ここでは  $V_R$  と  $V_S$  の寄与度の違う式(5.47)を用いた。この分離定数と呼ばれる  $\alpha$  について, 寄与度の違いについて異なった値を採用する考え方が, Paloheimo<sup>22)</sup> らによって述べられているが, 考えの本質は本研究によるものと同じである。

#### 5.2.4 目標安全性指標による方法

式(5.41)を次のように書き改める。

$$f\left(\frac{\sigma_{ck}}{\eta}, \sigma_{sk}\right) > \tau_D' M_D^k + \tau_L' M_L^k \quad (5.69)$$

ここで,

$$\tau_D' = \tau_{nms} \tau_D, \quad \tau_L' = \tau_{nms} \tau_L \quad (5.70)$$

である。

本研究では, この式(5.69)の等号が成立するように設計が行われたときの安全性レベルについて考えているのであり, そのときは次式が成立する。

$$f_R(x) = \frac{f(\bar{\sigma}_c, \bar{\sigma}_s)}{f\left(\frac{\sigma_{ck}}{\eta}, \sigma_{sk}\right)} (\tau_D' M_D^k + \tau_L' M_L^k) \quad (5.71)$$

この式(5.71)に式(5.11), (5.59)の関係を代入すると次のようになる。

$$f_R(x) = \frac{C_R}{C_k} (\tau_D' M_D^k + \tau_L' M_L^k) \quad (5.72)$$

この式(5.72)と式(5.49)から次式が得られる。

$$\frac{f_R(\bar{x})}{f_S(\bar{y})} = \frac{C_R (\tau_D' M_D^k + \tau_L' M_L^k)}{C_k (\bar{M}_D + \bar{M}_L)} \quad (5.73)$$

この式 (5.73) に式 (5.24) の関係を用いると次のようになる。

$$\frac{f_R(\bar{x})}{f_S(\bar{y})} = \frac{C_R(\tau_D' m_D^k + \tau_L' m_L^k)}{C_k(\bar{m}_D + \bar{m}_L)} \quad (5.74)$$

ここで,

$$m_D^k = \bar{m}_D \exp(t_D^k V_D) \quad (5.75)$$

$$m_L^k = \bar{m}_L \exp(t_L^k V_L) \quad (5.76)$$

である。従って、式 (5.69) の等式が成立するように設計された断面の安全性指標  $\beta$  は式 (5.7) を参照して次のようになる。

$$\beta = \frac{\ln \left\{ \frac{C_R(\tau_D' m_D^k + \tau_L' m_L^k)}{C_k(\bar{m}_D + \bar{m}_L)} \right\}}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}} \quad (5.77)$$

この式から、前節で述べた  $C_R$ ,  $C_k$ ,  $V_R$ ,  $V_S$ ,  $m_D^k$ ,  $m_L^k$ ,  $\bar{m}_D$ ,  $\bar{m}_L$  の他に  $\tau_D'$ ,  $\tau_L'$ ,  $\eta$ , を与えることにより  $\beta$  が計算できる。

そこでもし何らかの方法で目標とすべき安全性指標  $\beta$  が決められれば、設計されたものの  $\beta$  が全体としてなるべく  $\beta$  に近い方が望ましいから、式 (5.77) で計算される  $\beta$  と、この  $\beta$  の2乗の和が最も小さくなるように、次式から  $\tau_D'$ ,  $\tau_L'$ ,  $\eta$  を決定する。

$$\sum_i (\beta_i - \beta)^2 w_i \rightarrow \min \quad (5.78)$$

ここで、 $\beta_i$  は  $\sigma_c^*(\sigma_{ca})$ ,  $\sigma_s^*(\sigma_{sa})$ ,  $\xi$  のある組合せ  $i$  について式 (5.77) から計算される  $\beta$  であり、 $w_i$  はその組合せの重みである。

本研究では目標安全性指標  $\beta$  には、5.2.2 で述べた  $\beta_w$  の重みつき平均値を用いることにし、式 (5.78) はモンテカルロ法により解く。

### 5.2.5 パラメタの決定法

以上述べた2方法を比較すると次のようである。整合式による方法は、 $\tau_{nms}$  と  $\tau_D$ ,  $\tau_L$  とを分離して求めることができるが、 $\eta$  は求められないので定数として与える必要があり、また式 (5.48) で、断面の強度の部分と断面力部分とは正確には分離できず、式 (5.53) による死荷重の部分と活荷重の部分の分離も正確ではなく、式の誘導に少し無理がある。

これに対して目標安全性指標による方法は、式の誘導にこのような無理はなく、 $\eta$  も求めることができしかも確保される安全性レベルの範囲がせばまるという長所を持つが、式（5.73）からわかるように、 $r_{nms}$  と  $r_D, r_L$  とを分離できないという欠点を持っている。しかし、 $r_{nms}$  と  $r_D, r_L$  とは設計フォーマットの左辺と右辺とにあり、設計に与える影響から考えると、これらの絶対値よりも相対的な値（比）が重要な意味を持つ。そこで本研究ではまず 5.2.4 の目標安全性指標による方法で、 $\eta$  ,  $r_D'$  ,  $r_L'$  を求め、次いでこの  $\eta$  を用いて整合式による方法で  $r_{nms}$  を式（5.55）から計算し、次式により  $r_D, r_L$  を決定することにする。

$$r_D = \frac{r_D'}{r_{nms}} \quad (5.79)$$

$$r_L = \frac{r_L'}{r_{nms}} \quad (5.80)$$

つまり、目標安全性指標による方法で基本的にはパラメタを決定し、 $r_{nms}$  と  $r_D, r_L$  を分離するために補助的に整合式による方法を用いる。

### 5.3 計算例

#### 5.3.1 計算に用いるデータ

計算に必要なデータは必ずしも整っていないとは言えないが、若干の文献などを参考にし表—5.1のよう示すような確率  $p_j$ 、変動係数  $V_j$  を決めた。

表—5.1 特性確率  $p_j$ と変動係数  $V_j$

	A	B		A	B
$p_D^n$	0.5	0.5	$V_D$	0.05	0.05
$p_D^k$	0.05	0.05	$V_L$	0.35	0.15
$p_L^n$	0.2	0.01	$V_{ER}$	0.1	0.1
$p_L^k$	0.05	0.05	$V_{ES}$	0.1	0.1
$p_c^n$	0.2	0.2	$V_c$	0.2	0.2
$p_c^k$	0.2	0.2	$V_s$	0.05	0.05
$p_s^n$	0.01	0.01	$V_A$	0.03	0.03
$p_s^k$	0.01	0.01	$V_b$	0.04	0.04
			$V_d$	0.08	0.08

なお Ang<sup>7),8)</sup> らは  $\sigma_c$ ,  $\sigma_s$ ,  $A_s$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $D$ ,  $L$  などの統計データが不完全であることを補正するための修正係数を導入し、これらの変動係数をデータから得られるものと、修正係数の変動係数の2つを用いて求めている。しかしここでは2つに分けて考えることが困難なので、これらの2つの意味を含めて  $V_j$  の値を推定した。

Ravindra<sup>10)</sup> らによると、本研究の  $V_{ER}$ ,  $V_{ES}$ ,  $V_D$ ,  $V_A$ ,  $V_d$ ,  $p_D^m$  に相当するものを、それぞれ 0.09, 0.1, 0.04, 0.02, 0.07, 0.5, としている。本研究ではこれらよりやや大きめの値を一部採用し、 $V_{ER}=V_{ES}=0.1$ ,  $V_D=0.05$ ,  $V_A=0.03$ ,  $V_d=0.08$ ,  $p_D^m=0.5$  とし、 $V_b$  については  $V_d$  の  $1/2$  とした。

道路橋に関する  $V_L$ ,  $p_L^m$  については、国広<sup>23)</sup> らの行った自動車実態調査結果の完全渋滞の図から判断して、 $V_L=0.35$ ,  $p_L^m=0.20$  とし、このケースをAとした。鉄道橋については、これらの  $V_L$ ,  $p_L^m$  を判断する資料はないが、道路橋に比べてかなり小さいと考えられるので、 $V_L=0.15$ ,  $p_L^m=0.01$  とし、このケースをBとした。

東京都建築材料検査所の昭和48年度試験結果<sup>23)</sup> から概算すると、 $V_s=0.02\sim0.048$ ,  $p_s^m < 0.006$  であったが、ここでは  $V_s=0.05$ ,  $p_s^m=0.01$  とした。

$V_c$ ,  $p_c^m$  については、土木学会の標準示方書などから考えて、 $V_c=0.2$ ,  $p_c^m=0.2$  とした。

荷重の特性値については、諸外国でも採用され、将来わが国でも採用されと考えられる、 $p_D^k=p_L^k=0.05$  とした。

材料強度に関しては、公称値（規格値）が特性値として採用されるものとして、 $p_c^k=p_c^m=0.2$ ,  $p_s^k=p_s^m=0.01$  とした。

$\sigma_c^m(\sigma_{ca})$ ,  $\sigma_s^m(\sigma_{sa})$  の種別は表-4, 2に示すようにコンクリート3種類、鉄筋2(A), 3(B)種類を考え、重みについては余り精度を必要としないと思われるので、根拠は薄い表-5, 2のような値とした。

公称死活荷重比  $\xi$  は、0, 0.5, 1, 2, 3, 4 の6種類とし、これには重みは考えなかった。

### 5. 3. 2 計算結果

表-5, 3に目標安全性指標による方法で求めた結果を示す。この結果から、 $\eta=1.1(A)$ ,  $1.3(B)$  として整合式による方法で  $r_{nms}$  を求めると、 $r_{nms}=1.22(A)$ ,  $1.50(B)$  を

得た。これらの結

表—5. 2 材料強度の組合せ (応力度: kgf/cm<sup>2</sup>)

果を用い,  $\tau_{ms} =$

1.15,  $\tau_{nf} = 1.0$

として, 式 (5.

40) の形で表現

$\sigma_c^N (\sigma_{ca})$ $\sigma_s^N (\sigma_{sa})$	180 (60)	240 (80)	300 (100)
2400 (1400)	1.0	0.5	0.0
3000 (1800)	0.0	2.0	1.0
3500 (2000)	0.0	0.0(A), 0.5(B)	0.0(A), 1.0(B)

すると次のように

表—5. 3 目標安全性指標による結果

なる。ただし, 端

数は 0.05 ピッチ

で丸めてある。

	$\beta$	$\eta$	$\tau_{D'}$	$\tau_{L'}$
A	3.62	1.11	1.49	1.53
B	4.87	1.39	1.84	1.74

$$(A) \quad \frac{1}{1.05} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.30}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > g\{1.25(G_k + 1.05 Q_{kL})\} \quad (5.81)$$

$$(B) \quad \frac{1}{1.30} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.60}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > g\{1.25(G_k + 0.95 Q_{kL})\} \quad (5.82)$$

### 5.3.3 考 察

#### a) A, Bの結果について

具体的な設計基準は関連機関（日本道路協会、日本国有鉄道等の）によって設定されているので、本研究ではそれぞれの機関ごとに現行の平均的安全レベルに合したコード・キャリブレーションをすることを前提に、Aは鉄筋コンクリート道路橋の場合を、Bは同鉄道橋の場合を想定してモデル化したものである。

ところで、相対的な意味ではあるが、現行の安全レベルを示す、平均安全性指標  $\beta$  の値が AとBとではかなり異なっている。これを破壊確率（これも相対的な意味しかないが）で比較すると、Aでは  $1.5 \times 10^{-4}$ 、Bでは  $5.6 \times 10^{-7}$ である。もしA、Bの安全性の確保にこのような極端な差が必要であるという理由がなければ、後者の方が活荷重のばらつきが少なく、その値が一定値以上にならないという性質を持っていることから結果的にこのような差が生れたということになる。このことは、現行の許容応力度設計法の安全性の確保が不合理であることを数量的に示しているといえる。従って、新しい設計基準の設計フォーマットのパラメタを決定するにあたっては、単にその機関におけるコード・キャリブレーションの結果だけでなく、他の機関のものも参考にした総合判断が望ましい。

次に、表—5. 3および式 (5.81)、(5.82)の結果をみると、死荷重係数と活荷

重係数とは余り差がなく、Bの場合には活荷重係数の方が小さくなっている。このことは、死荷重に比べて活荷重のばらつきがかなり大きいから、活荷重係数の方を大きくすべきであるという従来の常識に合わない。しかし、変動係数の大小の影響は、特性値を定義するところすでにほとんど入っており、荷重係数の方へは余り入らないということと、本計算では強度および荷重の特性値は対数正規分布に基づいて定義しているため、特に変動係数の大きい活荷重の場合は、 $1+t_L^k V_L$  に比べて、 $\exp(t_L^k V_L)$  の方がかなり大きくなり、式(5.57)から考えて、 $r_L$  は正規分布に基づく場合より小さくなるということから、このような結果になるのである。従って、本研究の結果を用いるときには、活荷重の特性値は必ず対数正規分布に基づいて定義される必要がある。なお、特性値を正規分布に基づいて定義した場合には式(5.81)、(5.82)は次のようになる。

$$(A) \quad \frac{1}{1.05} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.20}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > g\{1.25(G_k + 1.15 Q_{kL})\} \quad (5.83)$$

$$(B) \quad \frac{1}{1.30} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.45}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > g\{1.25(G_k + 0.95 Q_{kL})\} \quad (5.84)$$

b) イギリスの規定 CP 110<sup>24),25)</sup> との比較

イギリスの規定 CP 110 の常時の終局限界状態の設計フォーマットを式(5.41)の形に表現すると次のようになる。

$$f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.5}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > g(1.4 G_k + 1.6 Q_{kL}) \quad (5.85)$$

本計算の結果がこの式(5.85)の形になるように  $\eta = 1.3$  として、目標安全性指標による方法で  $r_{D'}$ ,  $r_{L'}$  を求め、 $r_{ms} = 1.15$  として  $r_D$ ,  $r_L$  を計算して表すと次のようになる。ただし、CP 110 では  $p_c^k = p_s^k = 0.05$  とし、特性値は正規分布に基づいて定義しているので、この計算においては、これらの点が前記 5.3.2 と違っている。

$$(A) \quad f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.5}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > g(1.25 G_k + 1.45 Q_{kL}) \quad (5.86)$$

$$(B) \quad f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.5}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > g(1.60 G_k + 1.55 Q_{kL}) \quad (5.87)$$

式(5.85)と式(5.86)、(5.87)との比較から、イギリスの規定の死荷重係数は本計算におけるA、Bのほぼ中間ぐらいに相当し、活荷重係数は本計算結果の方が小さくなっている。

c) 計算方法の比較

整合式による方法でパラメタを求めて式(5.81)、(5.82)の形で表現すると次の

ようになる。

$$(A) \quad \frac{1}{1.05} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.5}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > g\{1.20(G_k + 1.05 Q_{kL})\} \quad (5.88)$$

$$(B) \quad \frac{1}{1.30} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.5}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > g\{1.20(G_k + 1.00 Q_{kL})\} \quad (5.89)$$

これらの結果を式(5.81), (5.82)と比較すると,  $r_{mc}$  の違いを考えればほとんど同じ結果が得られているといえる。なお, この他の計算結果も含めて, 整合式による方がやや  $r_L'$  が大き目になる傾向にある。

d)  $p_D^k = 0.5$  とした場合

死荷重の特性値として平均値を採用するとして, 目標安全性指標による方法で求めた結果を表-5.4に示す。

表-5.4  $p_D^k = 0.5$  の場合の目標安全性指標による結果

	$\beta$	$\eta$	$r_{D'}$	$r_L'$
A	3.62	1.05	1.62	1.53
B	4.87	1.05	2.05	1.79

$\eta = 1.05$  として整合式による方法で  $r_{nm}$  を求め, 式(5.40)の形で表現すると次のようになる。

$$(A) \quad \frac{1}{1.05} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.20}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > g\{1.35(G_k + 0.95 Q_{kL})\} \quad (5.90)$$

$$(B) \quad \frac{1}{1.30} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.20}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > g\{1.35(G_k + 0.90 Q_{kL})\} \quad (5.91)$$

これらの結果を5.3.2の結果と比較すると, 死荷重の特性値の水準を  $p_D^k = 0.05$  から  $p_D^k = 0.5$  に下げたために, 相対的に表-5.4, 式(5.90), (5.91)の結果の方が死荷重にかける係数が増加し,  $r_{D'}$  で比較すると約10%前後増加している。従って, 当然のことではあるが, 特性値の水準をどの辺にするかによって, これらのパラメタの値が異なってくる。なお, このことは活荷重の場合についても同様に言える。

e) 活荷重の公称値の水準の差異の影響

現行の設計法で用いられている活荷重の設計値(公称値の水準がどの辺にあるかを的確に判断することはできないので, 本研究では一応  $p_L^k = 0.2$  (A),  $0.01$  (B)の2つの場合について計算した。この水準の差が, 結果にどのように影響するかをみるために, A については  $p_L^k = 0.3$  と水準を下げ, B については  $p_L^k = 0.005$  と水準を上げた場合について結果

を示すと次のようである。

$$(A) \quad \frac{1}{1.00} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.35}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > g\{1.20(G_k + 1.00 Q_{kL})\} \quad (5.92)$$

$$(B) \quad \frac{1}{1.30} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.40}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > g\{1.25(G_k + 0.95 Q_{kL})\} \quad (5.93)$$

これらの結果を式(5.81), (5.82)と比較すると、まずAの場合は公称値の水準が0.2 から0.3 に50%下がったために安全性の水準が下がり、活荷重係数が約5%下る結果となっている。次にBの場合は逆に公称値の水準が0.01 から0.05 に50%上っても荷重係数はほとんど同じである。

#### f) その他の $p_j, V_j$ の差異の影響

以上の他に  $p_j, V_j$  についても、ここのA, Bで採用した値は必ずしも適切でないかも知れない。そこでこれらの値の変化の影響を見るために、いろいろな  $p_j, V_j$  の値を変化させて計算し、その結果を表-5.5, 5.6に示す。表-5.5, 5.6の第2列には変化させた値とそのケースの値(カッコ内)とが書かれている。なお、 $r_{nm}, r_D, r_L$  は整合式による方法で求め、 $r_{ms}=1.15, \eta=1.3$  とした。

表-5.5  $p_j, V_j$  の差異による結果

ケース	$p_j, V_j$	$r_{nm}$	$r_D$	$r_L$
A		1.05	1.18	1.25
A-1	$p_c^n=0.25$ (0.2)	1.05	1.18	1.25
A-2	$p_c^k=0.05$ (0.2)	1.03	1.18	1.25
A-3	$p_s^n=0.005$ (0.01)	1.05	1.19	1.27
A-4	$p_s^k=0.05$ (0.01)	1.08	1.18	1.25
A-5	$V_D=0.1$ (0.05)	1.02	1.16	1.24
A-6	$V_D=0.01$ (0.05)	1.06	1.23	1.26
A-7	$V_L=0.45$ (0.35)	1.01	1.17	1.26
A-8	$V_L=0.25$ (0.35)	1.11	1.19	1.21
A-9	$V_{ES}=0.2$ (0.1)	0.95	1.42	1.28
A-10	$V_{ER}=0.2$ (0.1)	1.24	1.09	0.98
A-11	$V_c=0.3$ (0.2)	1.05	1.18	1.26
A-12	$V_c=0.1$ (0.2)	1.05	1.18	1.25
A-13	$V_s=0.1$ (0.05)	1.04	1.18	1.27
A-14	$V_s=0.02$ (0.05)	1.07	1.17	1.21
A-15	$V_A=0.05$ (0.03)	1.06	1.18	1.23
A-16	$V_b=0.06$ (0.04)	1.05	1.18	1.25
A-17	$V_d=0.12$ (0.08)	1.12	1.14	1.14
A-18	$V_d=0.05$ (0.08)	1.00	1.21	1.33



表-5. 6  $p_j, V_j$  の差異による結果

ケース	$p_j, V_j$	$r_{nm}$	$r_D$	$r_L$
B		1.30	1.21	1.21
B- 1	$p_c^n=0.25$ (0.2 )	1.30	1.21	1.21
B- 2	$p_c^k=0.05$ (0.2 )	1.28	1.21	1.21
B- 3	$p_s^n=0.005$ (0.01)	1.31	1.21	1.21
B- 4	$p_s^k=0.05$ (0.01)	1.34	1.21	1.21
B- 5	$V_D=0.1$ (0.05)	1.25	1.20	1.21
B- 6	$V_D=0.01$ (0.05)	1.32	1.25	1.21
B- 7	$V_L=0.25$ (0.15)	1.24	1.24	1.38
B- 8	$V_L=0.1$ (0.15)	1.36	1.20	1.18
B- 9	$V_{ES}=0.2$ (0.1 )	1.07	1.51	1.42
B-10	$V_{ER}=0.2$ (0.1 )	1.53	1.06	0.99
B-11	$V_c=0.3$ (0.2 )	1.30	1.21	1.21
B-12	$V_c=0.1$ (0.2 )	1.30	1.21	1.21
B-13	$V_s=0.1$ (0.05)	1.33	1.19	1.18
B-14	$V_s=0.02$ (0.05)	1.31	1.21	1.20
B-15	$V_A=0.05$ (0.03)	1.32	1.20	1.19
B-16	$V_b=0.06$ (0.04)	1.30	1.21	1.21
B-17	$V_d=0.12$ (0.08)	1.40	1.14	1.10
B-18	$V_d=0.05$ (0.08)	1.23	1.26	1.29

これらの表から、A、Bの両ケース共に次のことがいえる。まずここで用いた  $p_j, V_j$  の変化の程度では、 $r_{nm}$ 、 $r_D$ 、 $r_L$  に余り影響を与えないのは、コンクリートの強度の公称値の水準  $p_c^n$ と変動係数  $V_c$ 、鉄筋の公称値の水準  $p_s^n$ と変動係数  $V_s$ 、鉄筋の断面積の変動係数  $V_A$  および断面の幅の変動係数  $V_b$  の変化である。

これに反して、比較的大きな影響を与えているのは、死・活荷重の変動係数  $V_D, V_L$ 、算定修正係数の変動係数  $V_{ES}$ 、 $V_{ER}$  および有効高さの変動係数  $V_d$  の変化である。このうち、 $V_{ES}$ 、 $V_{ER}$ 、 $V_d$  の変化による差を  $r_{nm}(r_D + r_L)$  で比較すると、その差はほとんどなく、平均的には結果に影響しないといえる。

本項とd)、e) 項とから、コード・キャリブレーションにあたって当然ではあるが、

- (1) 現行の設計で用いられている活荷重の公称値の水準
- (2) 新しい設計法で用いられている荷重および強度の特性値の水準
- (3) 死・活荷重の変動係数

などについての適切な判断と決定が特に必要である。

#### g) 両設計法における安全性確保の差異

前述したように、現行の許容応力度設計法では、結果として安全性の度合が非常にまちまちにならざるを得ない。限界状態設計法に移行することによって改良される最大の点はこの安全性の確保を合理化しようとするところにある。しかし、安全性の問題をすべて理論的に扱うことができないので、とりあえず式(5.40)のような設計フォーマットによることになる。従って、安全性の確保が合理化されるといっても、完全に合理的な安全度合が保てるようにすることはできない。しかし、従来の許容応力度設計法によるよりは安全度合のばらつきを小さくすることは可能である。

そこで、本キャリブレーションの結果を用いるとどの程度この点が改良されるかについて検討してみよう。安全性の度合の絶対的な評価は不可能なので、相対的な安全性の尺度である、前述の安全性指標  $\beta$  で比較する。Aのケースについて、許容応力度設計法によった場合の  $\beta$  は、式(5.32)を用いて計算すると、 $4.34 \sim 3.0$  の範囲にあるが、本キャリブレーションの結果を用いて式(5.40)による限界状態設計法で設計がなされると、 $\beta$  は式(5.77)より計算すると、 $4.05 \sim 3.3$  の範囲になり、安全度のばらつきの範囲が小さくなる。これを破壊確率で比較すると(これも絶対的な意味ではなく相対的な意味で)、前者は  $1.3 \times 10^{-3} \sim 5.4 \times 10^{-6}$ 、後者は  $4.8 \times 10^{-4} \sim 3.1 \times 10^{-5}$  となり、限界状態設計法の方が許容応力度設計法よりも範囲が1ケタずつせばまり、全体として4ケタの範囲から2ケタの範囲になっている。以上の結果を、コンクリートの強度、鉄筋の降伏点強度および死・活荷重比の組合せについて、ケースA、Bのそれぞれの安全性指標  $\beta$  の値を表-5.7～表-5.10に載せた。

#### h) Hasofer / Lind の安全性指標 $\beta_{H/L}$ による結果

ここでは、第4章4.4で述べた Hasofer / Lind<sup>26)</sup> の提案になる  $\beta_{H/L}$  を、式(5.69)に適用して求め、それによる限界状態設計フォーマットのパラメタを求める。パラメタの求め方は前述と同様であるから、結果だけを以下に表す。

$$(A) \quad \frac{1}{1.05} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.25}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > g\{1.20(G_k + 1.10 Q_{kL})\} \quad (5.94)$$

$$(B) \quad \frac{1}{1.30} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.40}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > g\{1.20(G_k + 1.00 Q_{kL})\} \quad (5.95)$$

表一5. 7 強度の組合せと安全性指標 (ケース A)

$\text{kg/cm}^2$ $\sigma_s^N(\sigma_{sa})$	$\xi$	$\beta$ (平均値まわり)				$\beta_F$ ( $\beta_H/L$ )				$\beta$ (モンテカルロ法)		
		$\sigma_c^N(\sigma_{ca})$				$\sigma_c^N(\sigma_{ca})$				$\sigma_c^N(\sigma_{ca})$		
		180(60)	240(80)	300(100)	300(100)	180(60)	240(80)	300(100)	300(100)	180(60)	240(80)	300(100)
2400 (1400)	0.0	4.03	4.10			4.02	4.09			4.02	4.08	
	0.5	4.27	4.34			3.77	3.82			3.72	3.77	
	1.0	3.93	3.99			3.37	3.42			3.31	3.36	
	2.0	3.47	3.52			3.06	3.10			3.04	3.09	
	3.0	3.24	3.29			2.93	2.97			2.90	2.96	
3000 (1800)	4.0	3.10	3.15			2.86	2.90			2.81	2.88	
	0.0		3.89	3.95	3.95		3.89	3.95	3.95		3.85	3.94
	0.5		4.14	4.20	4.20		3.67	3.71	3.71		3.62	3.66
	1.0		3.82	3.87	3.87		3.28	3.32	3.32		3.22	3.28
	2.0		3.38	3.42	3.42		2.98	3.02	3.02		2.96	3.02
	3.0		3.15	3.19	3.19		2.86	2.89	2.89		2.83	2.85
	4.0		3.02	3.06	3.06		2.79	2.82	2.82		2.78	2.80
$\beta_w$		3.62( $p_F=1.47 \times 10^{-4}$ )				3.29( $p_F=5.03 \times 10^{-4}$ )				3.26( $p_F=5.57 \times 10^{-4}$ )		

表一5.8 強度の組合せと安全性指標 (ケース B)

kg/cm <sup>2</sup> $\sigma_s^N(\sigma_{sa})$	$\xi$	$\beta$ (平均値まわり)				$\beta_F(\beta_H/L)$				$\beta$ (モンテカルロ法)		
		$\sigma_c^N(\sigma_{ca})$				$\sigma_c^N(\sigma_{ca})$				$\sigma_c^N(\sigma_{ca})$		
		180(60)	240(80)	300(100)		180(60)	240(80)	300(100)		180(60)	240(80)	300(100)
2400 (1400)	0.0	4.03	4.10			4.02	4.09			3.99	4.08	
	0.5	4.86	4.93			4.56	4.62			4.56	4.55	
	1.0	5.11	5.19			4.71	4.78			4.65	4.73	
	2.0	5.17	5.24			4.77	4.83			4.77	4.77	
	3.0	5.12	5.18			4.77	4.83			4.77	4.80	
3000 (1800)	4.0	5.06	5.13			4.76	4.82			4.78	4.79	
	0.0		3.89	3.95			3.89	3.95			3.89	3.93
	0.5		4.72	4.78			4.42	4.48			4.43	4.49
	1.0		4.97	5.03			4.58	4.64			4.61	4.64
	2.0		5.04	5.09			4.65	4.70			4.65	4.69
3500 (2000)	3.0		4.99	5.04			4.65	4.70			4.64	4.70
	4.0		4.94	4.99			4.64	4.69			4.63	4.74
	0.0		4.11	4.17			4.11	4.16			4.10	4.15
	0.5		4.95	5.01			4.64	4.69			4.60	4.65
	1.0		5.21	5.26			4.80	4.85			4.73	4.85
	2.0		5.26	5.31			4.85	4.90			4.80	4.86
	3.0		5.20	5.25			4.84	4.89			4.82	4.85
	4.0		5.14	5.19			4.83	4.88			4.81	4.89
$\beta_w$		4.87(pf=5.58×10 <sup>-7</sup> )				4.58(pf=2.34×10 <sup>-6</sup> )				4.57(pf=2.44×10 <sup>-6</sup> )		

表-5. 9 キャリブレーション後の結果を用いた場合の安全性指標 (ケース A)

kg/cm <sup>2</sup> $\sigma_s^H(\sigma_{sa})$	$\xi$	$\beta$ (平均値まわり)				$\beta_f$ ( $\beta_H/L$ )		
		$\sigma_c^H$ ( $\sigma_{ca}$ )				$\sigma_c^H$ ( $\sigma_{ca}$ )		
		180(60)	240(80)	300(100)	180(60)	240(80)	300(100)	kg/cm <sup>2</sup>
2400 (1400)	0.0	3.34	3.34		3.16	3.16		
	0.5	4.05	4.05		3.59	3.59		
	1.0	3.91	3.91		3.40	3.41		
	2.0	3.59	3.59		3.24	3.24		
	3.0	3.41	3.41		3.17	3.18		
	4.0	3.30	3.30		3.14	3.14		
300 (1800)	0.0		3.34	3.34		3.16	3.16	3.16
	0.5		4.05	4.05		3.59	3.59	3.59
	1.0		3.91	3.91		3.40	3.40	3.40
	2.0		3.59	3.59		3.24	3.24	3.24
	3.0		3.41	3.41		3.17	3.18	3.18
	4.0		3.30	3.30		3.14	3.14	3.14
$\beta_w$		$3.60(p_f=1.60 \times 10^{-4})$				$3.28(p_f=5.14 \times 10^{-4})$		

表一5. 10 キャリブレーション後の結果を用いた場合の安全性指標 (ケース B)

kg/cm <sup>2</sup> $\sigma_s''(\sigma_{sa})$	$\xi$	$\beta$ (平均値まわり)						$\beta_f$ ( $\beta_H/L$ )			kg/cm <sup>2</sup>
		$\sigma_c''(\sigma_{ca})$						$\sigma_c''(\sigma_{ca})$			
		$\sigma_c''(\sigma_{ca})$						$\sigma_c''(\sigma_{ca})$			
		180(60)	240(80)	300(100)	180(60)	240(80)	300(100)	180(60)	240(80)	300(100)	
2400 (1400)	0.0	4.63	4.64					4.47	4.47		
	0.5	5.07	5.07					4.69	4.70		
	1.0	5.10	5.11					4.69	4.70		
	2.0	4.93	4.94					4.60	4.61		
	3.0	4.78	4.79					4.53	4.54		
3000 (1800)	4.0	4.67	4.68					4.48	4.49		
	0.0		4.63	4.64					4.47	4.47	4.47
	0.5		5.07	5.08					4.69	4.69	4.70
	1.0		5.10	5.10					4.69	4.69	4.69
	2.0		4.93	4.94					4.60	4.60	4.60
3500 (2000)	3.0		4.78	4.79					4.53	4.53	4.53
	4.0		4.67	4.68					4.48	4.49	4.49
	0.0		4.63	4.64					4.47	4.47	4.47
	0.5		5.07	5.07					4.69	4.69	4.70
	1.0		5.10	5.10					4.69	4.69	4.69
	2.0		4.93	4.94					4.60	4.60	4.60
	3.0		4.78	4.79					4.53	4.53	4.53
	4.0		4.67	4.68					4.58	4.49	4.49
$\beta_w$		4.78(p = 5.68 X 10 <sup>-7</sup> )						4.58(pf=2.35 X 10 <sup>-6</sup> )			

表一 5. 7 および表一 5. 9 から、安全性指標で比較すると、許容応力度設計法によるものと、限界状態設計法に基づいた設計法によるものとは、重みつき安全性指標で比較すると、 $\beta_w = 3.62 (A), 4.87 (B)$  と  $\beta_{H/L} = 3.29 (A), 4.58 (B)$  とかなりの違いがみられるが、設計フォーマットの形にしたもので比較すると、式 (5. 81), (5. 82) と式 (5. 94), (5. 95) の間に大きな相違はみられない。このことは、安全性指標  $\beta$  が、コード・キャリブレーションを行う際に相対的尺度として用いられるものであり、実際に設計に影響を与えるのは  $\beta$  の値そのものではなく、相対的な比であるという理由によるものである。

これらのことから、式 (5. 32) による計算法は、近似計算を含んではいるが、式 (5. 81), (5. 82) の設計に基づいて行われる設計は、安全度の確保の合理化という観点からみて、十分に評価できるものと考えられる。

なお、表一 5. 7 および 5. 8 には、それぞれの重みつき  $\beta_w$  に対する破壊確率をのせてあるが、 $\beta_{H/L}$  によるものは、モンテカルロ法により求めた破壊確率に非常により対応を見せている。

## 5. 4 断面形状の違いの影響<sup>17)</sup>

### 5. 4. 1 T 形はり断面を含めたコード・キャリブレーションの方法

ここでは、5. 2. 1 で述べたように、断面形状の違いが結果に影響を及ぼすかどうかを調べるために、T 形はり断面をも含めたコード・キャリブレーションを行った。基本的に長方形断面の場合と異なるのは、式 (5. 11) の断面強度算定に関係する  $f(\cdot)$ ,  $V_R$  などの部分と、式 (5. 21) の曲げモーメントを逆算するための  $\nu_E$  の部分である。

T 形断面の場合、これらの部分の算定式は、中立軸がフランジに入るかウェブに入るかによって用いる式が異なってくる。しかも中立軸の位置は、材料強度および断面寸法などの確率変数の関数である。しかし、このことを厳密に考慮に入れて計算することは困難でありまた、ここで述べるコード・キャリブレーションの目的から考えるとその必要もないので、中立軸の位置は便宜的に上記確率変数の平均値のみから定まるものとして扱うことにする。なお長方形断面の場合は、式 (5. 24) を逆算するときにつり合い断面を用いたが、T 形断面では一般につり合い断面より有効高さの大きい断面が用いられることが多いと考えられるので、長<sup>27)</sup>に

よる最適断面を用いることにする。この場合  $\nu_E$  は以下となる。

$$\nu_E = 1 / C_{opt} \quad (5.96)$$

ここで、 $C_{opt}$  は最適係数、である。

#### 5.4.2 計算結果および考察

T形はり断面を含むコード・キャリブレーションに必要な変動係数のデータは、ウェブ幅  $b$  およびフランジ厚  $t$  に関するもので、それらをそれぞれ  $V_{b0} = 0.04 (A), 0.04 (B), V_t = 0.04 (A), 0.04 (B)$  とした。その他のデータについては、長方形はり断面の場合と同じものとする(表-5.1参照)。また、強度の組合せに関する重みは、表-5.2とする。長方形断面とT形断面の違いによる重みは、T形断面となる場合が多いと考えられるので、1:3とした。

T形断面の場合の現行設計は、前述したように最適断面を用いるが、その際のコングリート単価に対する鉄筋の単価の比を  $q = 75$  とし、フランジ幅  $b$  に対するウェブの幅  $b_0$  の比の平均値  $\bar{w} = 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35$  の5種類、 $\alpha = t \sqrt{b / M_u}$  ( $M_u$ : 終局曲げモーメント)の平均値  $\alpha = 0.025, 0.075, 0.10, 0.125, 0.15, 0.20$  の8種類とし、これらについての重みはすべて同じとした。

表-5.11に計算結果を、断面形状が長方形断面のみとして求めた結果と比較してのせた。これらの結果を用いて、式(5.40)の形で表現すると次のようになる。

(A) 長方形のみ:

$$\frac{1}{1.05} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.25}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > q\{1.25(G_k + 1.00 Q_{kL})\} \quad (5.97)$$

T形を含む:

$$\frac{1}{1.05} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.15}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > q\{1.25(G_k + 1.05 Q_{kL})\} \quad (5.98)$$

(B) 長方形のみ:

$$\frac{1}{1.30} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.45}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > q\{1.25(G_k + 0.95 Q_{kL})\} \quad (5.99)$$

T形を含む:

$$\frac{1}{1.25} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.40}, \frac{\sigma_{sk}}{1.15}\right) > q\{1.30(G_k + 0.90 Q_{kL})\} \quad (5.100)$$

これらの結果を見ると、 $\eta$  以外は断面形を長方形のみとしたものとほぼ一致している。断面強度算定式  $f_R(\cdot)$  の中に占めるコンクリートの強度の割合は比較的少ないので、この程度の  $\eta$  の違いはほとんど影響ないといえる。



なおBの場合、 $\tau_{nm}$  と  $\tau_{nf}$  の値が少し異なるが、設計に与える影響はこれらの値の積で考えるべきであるから、その意味では両者に差はないと言える。従って、本研究のように、断面形状を長方形で代表させたことは、妥当と考えられる。

表-5. 11 パラメタの値 (T形を含む場合)

		$\beta$	$\eta$	$\tau_{D'}$	$\tau_{L'}$	$\tau_{nms}$
A	長方形のみ	3. 6 2	1. 1 1	1. 4 9	1. 5 3	1. 2 2
	T形を含む	3. 5 8	1. 0 4	1. 4 8	1. 5 2	1. 1 8
B	長方形のみ	4. 8 7	1. 3 9	1. 8 4	1. 7 4	1. 4 9
	T形を含む	4. 8 3	1. 1 5	1. 8 6	1. 7 6	1. 4 2

## 5. 5 まとめ

以上を要約すると次のようになる。

- (1) 土木学会で現在検討が進められている、鉄筋コンクリート構造物の限界状態設計法の設計指針(案)に基づいて、常時(死荷重+活荷重)の限界状態設計フォーマットについてのコード・キャリブレーションの方法を示した。
- (2) 典型的と思われる、A(道路)、B(鉄道)二つのモデルを設定し、強度安全係数 $\tau_{nm}$ 、コンクリートの材料係数 $\tau_{mc}$ 、荷重係数 $\tau_{fu}$ 、 $\tau_{fL}$ などのパラメタの値を求めた。
- (3) A、B二つの場合の現行の安全性レベルはかなり異なっており、両者の性格の違い(破壊時の社会経済的影響など)のため、安全の確保上要求されるレベルの差をはるかに超えているように思われる。このことは、現行の許容応力度設計法の不合理を、数量的に示しているといえる。
- (4) 用いたデータは必ずしも正確ではないので、これらデータの値の差異の影響について検討した。その結果、現行の設計で用いられている活荷重の公称値の水準、死・活荷重の変動係数および限界状態設計法で用いられる荷重および材料強度の特性値の水準によって、パラメタ

の値は影響をかなり受けるが、その他のデータにはあまり影響を受けないことが認められた。

(5) 現行の許容応力度設計法から限界状態設計法に移行すると、安全度のばらつきの範囲は小さくなる。例えば、Aでは破壊確率で評価して全体として4ケタから2ケタの範囲にせばまっている。

(6) Hasofer / Lind の提案になる安全性指標によるコード・キャリブレーションの結果としての、限界状態設計法の設計フォーマットは、Cornell<sup>20)</sup> の提案による安全性指標を用いたコード・キャリブレーションによる設計フォーマットと大きな差異が認められない。従って、本研究で求められた設計フォーマットでも安全度の確保の合理化という観点から見て、十分評価できるものと考えられる。また、本計算例によっても、Hasofer / Lind の定義による安全性指標  $\beta_{H/L}$  は、破壊確率との対応が良いことを示している。

(7) 断面形状の違いが結果に影響を及ぼすかどうかを調べるために、T形はり断面をも含めたコード・キャリブレーションを行ったところ、結果について大きな差異が認められなかった。

## 5. 6 あとがき

信頼性理論の裏付けによって、安全性の評価を合理化して設計基準を新しくするにしても、安全のレベルをどの辺に置くかを、信頼性理論のみから決定することはできない。そこで、現行の設計法が安全の点で平均的には特に問題ないとすれば、とりあえずその平均的なレベルに合すことが考えられる。これがコード・キャリブレーションの目的である。

しかし、本研究のような取り扱いには、次に示すような問題点がある。(1) 完全な信頼性理論の展開ではなく、近似法を用いている、(2) 確率分布を扱い易いものに固定している、(3) 用いるデータは必ずしも客観的には決め難く、主観的な判断が入る、(4) 対象を限定したり、かなり便宜的な仮定を設けている、(5) 構造全体としての安全性について考慮されていない。

これらのことは又、限界状態設計法へ移行するメリットを、減殺する要因ともなるものである。ところで設計という作業は、もともと不完全な情報の下で行われなければならない(7) という宿命を持っており、また設計基準の設計フォーマットはできるだけ簡単なものでなければならない。従って、設計基準の中で安全性の問題のすべてを合理的にかつ厳密に扱うことは、基本的に不可能である。藤野<sup>14)</sup> も述べているように、『“安全性”とはしよせん抽象的であ

り、あいまいなものである』とはいえ、限界状態設計法への移行により、限界状態設計フォーマットに合わせて部分安全係数パラメタを決めることで、これまで不合理に扱われてきた安全性の問題が、一部改善されることは間違いない。例えば、機関毎の安全レベルの差が調整できたり、相対的な意味ではあるが前述したように、破壊確率が4ケタの範囲から2ケタの範囲に収まるといったようにまた、将来の研究とデータの収集とにより改善が進むから、今後の発展が期待される。

しかしながら、これらのメリットを十分生かすためには、可能なかぎり数量的検討を加え、経済性への配慮<sup>27)</sup>も含めて十分な議論を行ってから、新しい設計法への移行がなされるべきであろう。

#### 参考文献

- 1) 長, 小山: 鉄筋コンクリート構造物設計法のコード・キャリブレーション, 土木学会論文報告集, 第 287 号, pp.149~159, 1979年 7月.
- 2) 土木学会終局強度設計小委員会幹事会: コンクリート構造設計指針(第2次素案), 1979年 9 月.
- 3) 土木学会: コンクリート構造の設計指針, 研究討論会資料, 1977 年 10 月.
- 4) 岡田, 河野, 岡村, 尾坂: コンクリート構造の設計指針, 今後のあり方, 土木学会誌, Annual('78, Vol. 63, 1978年 4月)
- 5) 土木学会: コンクリート構造の限界状態設計法指針(案), コンクリート・ライブラリー 第52号, 1982 年 11 月.
- 6) Ang, A. H-S.: Structural Risk Analysis and Reliability Based Design, ASCE, No. ST9, pp.1891 ~1910, 1973.
- 7) Ang, A. H-S. and Cornell, C. A. : Reliability Bases of Structural Safety and Design, ASCE, No. ST9, pp. 1755~1769, 1974.
- 8) Ang, A. H-S. (前田幸雄, 栗田章光訳): 構造信頼性と確率論に基づいた設計(上), (下), 橋梁と基礎, 77 - 6, 7.
- 9) Ellingwood, B.R. and Ang, A.H-S.: Risk - Based Evaluation of Design Criteria ,

- ASCE, No. ST9, pp. 1771 ~ 1788, 1974.
- 10) Ravindra, M.K., Lind, N.C. and Siu, W.: Illustrations of Reliability-Based Design , ASCE, No. ST9, pp. 1789 ~ 1811, 1974.
  - 11) Siu, W.W.C., Parimi, S.R. and Lind, N.C.: Practical Approach to Code Calibration, ASCE, No. ST7, pp. 1469 ~ 1479, 1975.
  - 12) Andrzej S. Nowak, A.M. and Lind, N.C.: Practical Bridge Code Calibration, ASCE , No. ST12, pp. 2497~2510, 1979.
  - 13) 藤野, 伊藤, 木下: 現行道路橋設計の信頼性レベルに関する一考察, 第 32 回土木学会年次学術講演会概要集, I-161, 1977 年 10 月.
  - 14) 藤野陽三: 確率論に基づく安全性照査法と構造設計, 土木学会誌, Vol. 63, No. 2, 1978 年 2月.
  - 15) 長, 小山, 今尾: RCはり断面の終局強度設計法への Code Calibration, 第 32 回土木学会年次学術講演会概要集, V- 163, 1977 年 10 月.
  - 16) 長, 小山, 今尾: 鉄筋コンクリート設計法のコード・キャリブレーションについて, 第 33 回土木学会年次学術講演会概要集, I - 154, 1978 年 9月.
  - 17) 小山, 長, 市川: コード・キャリブレーションに及ぼす断面形状の違いについて, 第 34 回土木学会年次学術講演会概要集, I - 311, 1979 年 10 月.
  - 18) 今尾雄一: 鉄筋コンクリート設計法の安全性の評価, 信州大学修士論文, 昭和 53 年3 月
  - 19) Lind, N.C: Consistent Practical Safety Factors, ASCE, No. ST6, pp. 1651~1670, 1971.
  - 20) Cornell, C.A.: Structural Safety Specifications Based on Second Moment Reliability Analysis, IABSE Symp. on Concept of Safety and Methods of Design, Final Report, London, England, 1969.
  - 21) 長 尚: 鉄筋コンクリート T 形はり断面の最適設計, 土木学会論文報告集, 第 258 号 , pp. 117 ~ 132, 1977年 2月.
  - 22) Eero Paloheimo and Matti Hannus : Structural Design Based on Weighted Fractiles, ASCE, No. ST7, pp. 1367~1378, 1974.
  - 23) 土木学会: 鉄筋コンクリート設計法の最近の動向, コンクリートライブラリー, 第 41 号, 1975.

- 24) Hugdes, P.B: Limit State Theory for Reinforced Concrete Design, Second Edition , Pitman, 1976.
- 25) 土木学会編：構造物の安全性・信頼性, 1976年 10 月.
- 26) Abraham M. Hasofer and Lind, N.C. : Exact and Invariant Second - Moment Code Format, ASCE, No.EM 1, pp.111 ~ 121, 1974.
- 27) 長 尚：限界状態設計法の採用による経済性の改善について, 第 27 回構造工学シンポジウム論文集, 11~18, 1981.

## 第6章 構造物の設計に対する経済性の問題

### 6.1 概説

土木構造物は、わが国ではその殆どが公共投資として建造され、社会資本の蓄積としての使命を有するものである。従って、その構造物あるいは構造物を取り巻くシステム全体からみて、変化する自然環境あるいは社会環境に対して、その機能を全うしかつ安全であることが要求される。

公共投資としての観点に立つと、土木構造物の経済性が追求されるのは当然のことであるが、近年の世界的な資源の枯渇化現象によって、その重要性は増している。

経済性の問題は、安全性の問題と相対する問題である。無理な経済性の追求は、その構造物あるいはシステム全体の破壊または機能の喪失によって、より多くの経済的損失につながる恐れがある。しかしながら、安全性のみを追求することは、構造物あるいはシステムの資本としての評価が薄れ、世界的な資源の節約傾向に逆行することにもなる。従って、バランスのとれた安全性、経済性の追求が、現在なお新しい研究テーマとなっている。

土木構造物の経済性を追求する研究課題の中では、最適設計法によるものが、重要な位置を占めている<sup>1,2,3,4)</sup>。最適設計法による構造物の設計の問題は、次のように表される<sup>1)</sup>。

$$\text{制約条件: } g(x) < 0 \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (6.1)$$

$$\text{目的関数: } z = f(x) \rightarrow \min \quad (6.2)$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \quad (6.3)$$

ここで、 $x$  は設計変数ベクトル、である。

原理的には、式(6.1)、(6.2)を採用することで、最適解 $x$ が求められる訳ではあるが、土木構造物の長大化および複雑化が相まって、制約条件式の数と、解となる設計変数の数を増加させ、計算機の容量および計算時間の点からみて、解を得ることを困難にさせている<sup>3,4)</sup>。また現状では、上記のように、計算のために費用がかかり過ぎるということもあっ

て、実用の土木構造物に最適設計法が供されたという例が殆ど無い。このことから、研究の対象対象としてはともかく、それ以外の興味が薄れかけていることも事実であろう。

本研究は、このような現状を把握し、最適設計問題を実用に供するための基礎的な資料を与えようとするものである。なお、本研究で主として取り扱う課題は、最適設計問題の計算容量の減少および計算時間の短縮は化を図るための若干の工夫について述べるとともに、構造物全体の安全性を測るマクロな指標の1つである、破壊の確率を制約条件とした場合の、簡単な計算例について述べるものである。

## 6. 2 最適設計における計算の効率化<sup>1)</sup>

### 6. 2. 1 計算の効率化概要

土木構造物の最適設計問題では、上述のように一般に設計変数および制約条件の数が非常に多くなる。そのため、計算に必要な容量を減らすとともに、計算時間を短縮して計算の効率向上を図ることが、最大の課題となっている。Schmit<sup>5)</sup> にも、最適設計の研究は第2段階に入り、最適解の正解を保証することと、特に実用的観点からの計算の効率向上を図ることに、研究の重点が置かれるようになってきたと言っている。

これまで計算の効率を図る目的でなされてきた主な試みには次のようなものがある。まず、suboptimization<sup>3)</sup> と呼ばれるもので、複雑な最適設計問題を合理的ないくつかの独立な群に分割し、その群の中でまず最適化を行い、その結果を出来るだけ少ない数の設計変数と制約条件式にまとめて表現し、これらを積み重ねて全体の最適化を図ろうとするものである。次に、Schmitらの研究<sup>5)</sup> のように、最適化問題への定式化に工夫をして、計算の効率向上と全体的最適解を得ることを目指すものがある。また最適塑性設計において、制約条件を全部対象としないで、比較的少ない制約条件式を用い、反復法<sup>6)</sup> により最適解を求めようとするものがある。さらに最近では、two - level approach<sup>7)</sup>、MC or "feasible" method<sup>8)</sup> と呼ばれる手法が提案されている。これは全体の system を多くの小さな subsystem に分解し、それらを独立に解き、次の段階でこれら subsystem 間の調整をする。そしてこの操作を繰り返すものである。

本研究では、最適化計算に用いる制約条件式の数減らすことが、計算容量の減少と計算時間の短縮に直接大きく寄与するので、その観点からの若干の工夫について述べ、具体的に変断

面連続ばり、ラーメン及び連続トラスなどの計算例によってその効果を検討する。なお、連続トラスの最適設計においては、Schmit らが提案した方法<sup>5)</sup>を拡張して用いている。

## 6. 2. 2 計算の効率向上を図るための手法

一般に最適設計問題においては、その解  $x^{opt}$  は、すべての制約条件式に対して条件一杯になるのではなく、かなりの制約条件式に対して余裕が残っている。このような余裕のある制約条件式は、最適化問題の制約条件式として含めなくても結果は同じである。また条件一杯となる場合でも他の制約条件式と従属関係にあるものは同様に制約条件に含めなくてよい。いま変数の数を  $n$ 、制約条件式の数  $m$  としたとき、このような結果に影響を与えない制約条件式は、普通  $m-n$  個以上存在するはずである。従ってこれらの式を何らかの方法で予め知ることができれば、制約条件式の数  $n$  個以下で済ますことができる。

通常最適設計問題の解法のマクロなフローチャートは、図-6. 1 に示ようになる。従って、図-6. 1 に示されている繰り返し計算の各段階において近似解  $x^i$  を求める際に、制約条件として含めなくてよいと思われる式を制約条件から除去すると、最適化計算の容量および時間の節約が図れることになる。

本研究では計算の効率向上を図るための手法を次の2通りの方法を用いて行う。

### (1) 変数変換による制約条件式の整理<sup>9)</sup>

最適設計における最適化計算の手法としては、反復線形計画法 (SLP法) が用いられることが多く<sup>10)</sup>、本研究でもこの手法を用いる。その場合、一般に move limit が設けられ、一つの変数に上下限の2つの制約条件式が付加される。形式的には  $2n$  個の制約条件式が増えることになる。また、変数に上下限値が設けられている場合には、別に  $2n$  個の制約条件式がある。

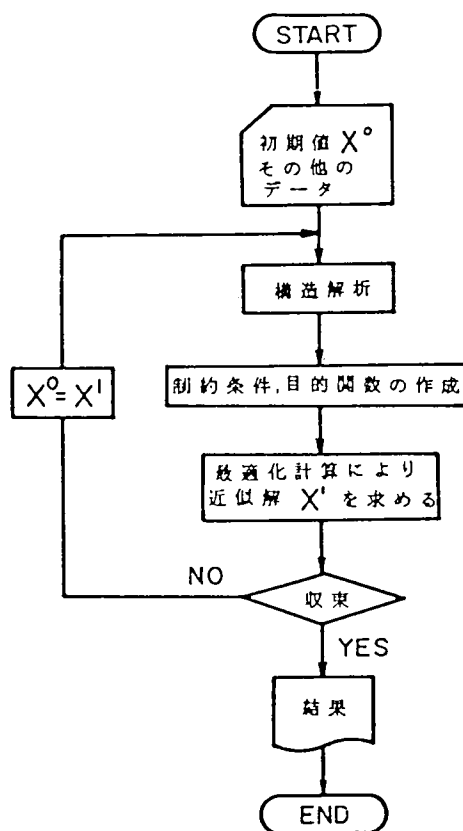


図-6. 1 最適設計問題の解法手順を示すマクロ・フローチャート



しかし、move limit と変数の上下限値の条件は、いずれか一方の厳しい条件式が成立すれば他方も満たされる関係にある。従ってこれらを同時に考慮した限界を改めてその段階の move limit と考えれば、 $4n$  個の式を  $2n$  個に整理することができる。さらに、線形計画法 (LP 法) の非負条件とこの move limit の下限条件を合せるように変数を変換すれば、LP の非負条件は制約条件式としておもてに現れないから、上記の  $2n$  個の制約条件式は  $n$  個に整理することができる。

まず線形化する前の元の非線形計画の問題を次のように表す。

$$\text{制約条件: } g^i(x) < 0, \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (6.4)$$

$$x_j^l < x_j < x_j^u, \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (6.5)$$

$$\text{目的関数: } z = f(x) \rightarrow \min. \quad (6.6)$$

ここで、

$$\begin{aligned} x &= (x_1, x_2, \dots, x_n)^T, \\ x_j^u, x_j^l &: x_j \text{ の上下限値,} \end{aligned} \quad (6.7)$$

である。

式 (6.4), (6.6) を初期値  $x^0$  の近傍で線形化し、move limit  $l$  を追加すると、式 (6.4) ~ (6.6) は次のようになる。

$$\text{制約条件: } g^i(x^0) + \nabla g^i(x^0) \Delta x < 0, \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (6.8)$$

$$x_j^l < x_j < x_j^u, \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (6.5)$$

$$-l_j < \Delta x_j < l_j, \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (6.9)$$

$$\text{目的関数: } z = \nabla f(x^0) \Delta x \rightarrow \min. \quad (6.10)$$

ここで、

$$\Delta x_j = x_j - x_j^0, \quad (6.11)$$

$$l_j: \Delta x_j \text{ の move limit,}$$

である。

ここで、式 (6.5) と式 (6.9) を同時に満足する新しい move limit  $t^l, t^u$  を次のように定義する。

$$\begin{aligned} t_j^l &= \min \{l_j, x_j^0 - x_j^l\}, \\ t_j^u &= \min \{l_j, x_j^u - x_j^0\}, \end{aligned} \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (7.12)$$

この新しい move limit を用いると、式 (6. 5) , (6. 9) で表される制約条件は次式に集約される。

$$-t_j^l < \Delta x_j < t_j^u, \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (6. 13)$$

次に、LP の変数の非負条件を move limit の下限条件と一致させるために、新しい変数  $\Delta x^*$  を次のように定義する。

$$\Delta x_j^* = \Delta x_j + t_j^l, \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (6. 14)$$

この式 (6. 14) の関係を式 (6. 8) , (6. 10) , (6. 13) に代入すると、制約条件および目的関数は次のようになる。

$$\text{制約条件: } \nabla g^i(x^0) \Delta x^* < \nabla g^i(x^0) t^l - g^i(x^0), \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (6. 15)$$

$$\Delta x_j^* < d_j, \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (6. 16)$$

$$\text{目的関数: } z = \nabla f(x^0) \Delta x^* \rightarrow \min. \quad (6. 17)$$

ここで、

$$d_j = t_j^l + t_j^u, \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (6. 18)$$

である。 $x$ ,  $\Delta x^*$ ,  $x^l$ ,  $x^u$ ,  $l$ ,  $t^l$ ,  $t^u$  などの関係を、 $n=2$  の場合について図示したものが図—6. 2 である。

このように式 (6. 13) で変数の上下限条件と move limit を集約した段階でも制約条件式の数 は  $M+2n$  個であったものが、LP 計算の変数を式 (6. 14) のように変換することにより  $M+n$  個に減らすことができる。もちろん、必要な解は  $x^l$  であるから、LP の解  $\Delta x^*$  を用いて  $x^l$  は次式から求める。

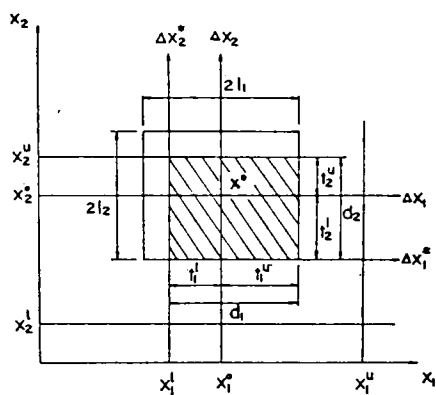
$$x_j^l = x_j^0 + \Delta x_j^* - t_j^l, \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (6. 19)$$

なお LP 計算法として長が提案した方法<sup>11), 12)</sup>

を用いれば、式 (6. 15) の右辺に負が生じる場合でも、双対法を用いたり技巧変数を用いたりする必要はなく、計算の効率がよい。

(2) 制約条件式の棄却<sup>13), 14)</sup>

前述したように、最適化問題においては、制約条件の中に制約条件式として加えなくてよい



図—6. 2  $x$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta x^*$ ,  $x^l$ ,  $x^u$ ,  $l$ ,  $t^l$ ,  $t^u$  の関係

ものが、通常変数の数を越えた分だけの数、即ち  $M-n$  個存在する。しかし、それらをあらかじめ正確に判別することは一般に不可能である。そこで近似的に判別する方法について以下述べる。まず、ある繰り返しの段階の各制約条件式の余裕度  $r$  を式 (6. 4) より次のように定義する。

$$r^i = \frac{g^i(x^0)}{b^i}, \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (6. 20)$$

ここで、 $b^i$  は  $g^i(x)$  の定数部分の値である。 $g^i(x^0)$  の値が負であればその段階の近似値  $x^0$  は、 $i$  番目の制約条件式に余裕を持っているわけであるが、この値からだけでは各制約条件式の余裕の程度を相対的に比較することはできない。そこで一般に  $-b_i$  は応力あるいは変位等の制限値に相当するから、ここで定義した  $r^i$  は、各制約条件式の制限値に対する比で余裕を評価したことになる。従って、この値が小さい制約条件式ほど相対的に余裕が無いことになりさらに、この値が正ならば条件を満たし、0 ならば丁度条件いっぱい、負ならば条件を満たしていないことになる。

ところで、荷重条件として、複数の荷重状態がある場合には、ある点あるいは部材の応力もしくは変位の制限に対して最も大きな影響を与える荷重状態についての制限式だけを制約条件式として用いればよい。このような荷重状態は、あらかじめ技術的判断によってかなり決定することができるが、必ずしもいずれかに決定できない場合もある。このような場合は、異なる荷重状態のうち余裕度  $r^i$  の最小の値のものが、近似的に最も大きな影響を与える荷重状態であることになるので、この他の荷重状態に対する制約条件式は棄却することにする。

この棄却により、式 (6. 4) で表される制約条件式の数はかなり減少するが、それでも変数の数  $n$  個以上存在する場合には、上述の棄却した制約条件式を除いた残りの式の余裕度の小さい順に  $n$  個の制約条件式を選ぶ。これ以外の式は、近似的に余裕のある制約条件式と考えられるから、この段階の制約条件から棄却することにする。

この棄却により、式 (6. 4) で表される制約条件式の数はかなり減少するが、それでも変数の数  $n$  個以上存在する場合には、上述の棄却した制約条件式を除いた残りの式の余裕度の小さい順に  $n$  個の制約条件式を選ぶ。これ以外の式は、近似的に余裕のある制約条件式と考えられるから、この段階の制約条件から棄却することにする。このようにすると、式 (6. 4) の制約条件式は、変数の数  $n$  個になる。しかし、このような  $n$  個の式の中にも、条件に対してか

なり余裕を持っているものがあることがある。特に最適化の手法としてSLP法を用いるようなとき、繰り返しの初期の段階ではこのようなことが起る。この場合の余裕のある制約条件式の判定は次のように行う。一般に図-6. 1における最適化計算を繰り返すと、式(6. 4)の $g^i(x)$ の値は次第に0に近づく方向に変化し、連続2回の変化量はほぼ同じオーダーと考えられる。従って、 $g^i(x)$ の値が、1つ前の段階からその段階に移るときに変化した量の $\alpha$ 倍、この段階で変化しても0にならないような式即ち、

$$g^i(x^0) - \alpha \{g^i(x^{0-1}) - g^i(x^0)\} < 0 \quad (6. 21a)$$

となる式の場合は、その段階で余裕を持っているものと判断する。このことから、次式を満たす式はその段階の制約条件から棄却することにする。

$$\frac{g^i(x^{0-1})}{g^i(x^0)} - 1 < \frac{1}{\alpha} \quad (g^i(x^0) < 0 \text{ のとき}) \quad (6. 21b)$$

ここで、 $x^{0-1}$ は1つ前の段階の近似値、 $\alpha = 1 \sim 3$  (1回当りの $g^i(x^0)$ の値の変化量は連続する2回でそれ程差がなく、1つ前の段階の1~3倍程度以内と考えて)である。なお、この方法によりn個の式がすべて棄却される場合は、制約条件は式(6. 16)のみとなるから、LPの計算は不要となり、 $x^1$ は式(6. 19)より次式で求められる。

$$x_j^1 = x_j^0 - t_j^1, \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (6. 22)$$

以上述べた方法は、いずれも近似的な判別式によるものであるから、棄却してはならない式まで棄却してしまう危険性がある。しかしそのような場合には、次の段階では制約条件式に採用されることになり、最終の収束段階では正確な判別式となるから正解が得られることになる。ただし、最初の初期値 $x^0$ および式(6. 18)中の $\alpha$ の値によっては発散したり、振動したりする可能性はある。そのような場合はこれらの値を変えて試みる必要があろう。

なお、本研究発表後に、ほぼ同じ内容の発表<sup>15)</sup>がみられたが、この研究によっても、本研究の妥当性が立証されたものと思われる。

### 6. 2. 3 計算例

#### (1) 連続ばりおよびラーメン

変形法に基づいた、連続ばりおよびラーメンの最適許容応力度設計の定式化を以下に述べる。なお、本研究で用いた最適化の手法はSLP法である。

一般に変形法による構造解析の式は次のようになる。

$$K(x)u=P \quad (6.23)$$

ここで、 $K(x)$  は全構造系の剛性マトリックス、 $x$  は断面寸法などの設計変数ベクトル、 $u$  は全構造系の節点変位（状態変数）ベクトル、 $P$  は節点に加わる外力ベクトル、である変位  $u$  は式 (6.23) を解いて、

$$u=K^{-1}(x)P \quad (6.24)$$

であり、応力ベクトル  $\sigma$  は、この変位  $u$  を用いて表せるから、変位および応力は、設計変数  $x$  の関数  $u(x)$ 、 $\sigma(x)$  である。

いま最適許容応力度設計の一般的な制約条件として、応力制限、変位制限および設計変数の上下限制約を考えると、式 (6.15)、(6.16) のように定式化した制約条件は次のようになる。

$$p\sigma^k(x^0)\Delta x^* < p\sigma^k(x^0)t^l - \sigma^k(x^0) + \sigma_a^k, \quad (k=1, 2, \dots, K) \quad (6.25)$$

$$pu^q(x^0)\Delta x^* < pu^q(x^0)t^l - u^q(x^0) + u_a^q, \quad (q=1, 2, \dots, Q) \quad (6.26)$$

$$\Delta x_j^* < d_j, \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (6.27)$$

ここで、 $\sigma^k(x^0)$  は初期値  $x^0$  に対する  $k$  点の応力度、 $\sigma_a^k$  は  $k$  の許容応力度、 $K$  は応力制限を考える点の数、 $u^q(x^0)$  は初期値  $x^0$  に対する  $q$  点の変位、 $u_a^q$  は  $q$  点の許容変位、 $Q$  は変位制限を考える点の数、である。式 (6.25)、(6.26) 中の微係数の計算には次式を利用する。

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x_j}\right)_{x^0} = -K^{-1}(x^0) \frac{\partial K(x^0)}{\partial x_j} u(x^0) \quad (6.28)$$

目的関数は、全容積を最小にするものとする、次式のように表せる。

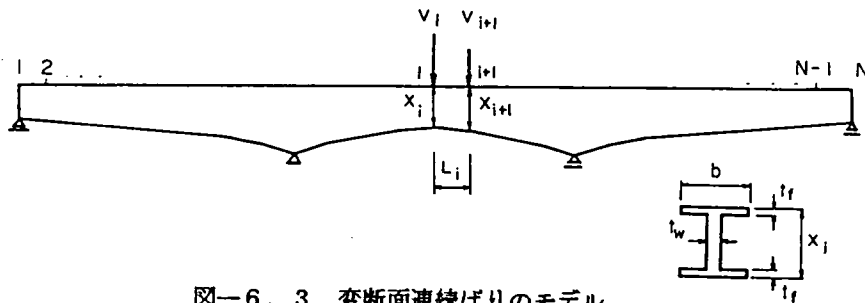
$$z=F(x) \rightarrow \min. \quad (6.29)$$

ここで、 $F(x)$  は全容積、である。従って、式 (6.17) の形に表した目的関数は次のようになる。

$$z=pF(x^0)\Delta x^* \rightarrow \min. \quad (6.30)$$

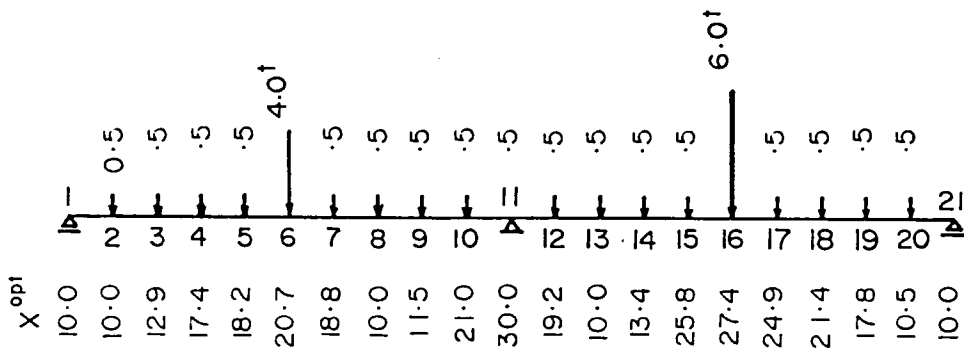
以上の定式化のもとで、図-6.3に示すような変断面連続ばりの最適設計例について述べる。この例は、幅  $b$ 、フランジの厚さ  $t_f$ 、ウェブの厚さ  $t_w$ 、分割長  $L^i$ 、支点の位置お

よび荷重  $V_i$  が既知で、各分割点の高さ  $x_i$  を次の条件で容積が最も小さくなるように決める問題である。条件は、両端支点を除く分割点の最大曲げ応力度が許容応力度  $\sigma_a$  以下、指定した点の最大せん断応力度が許容応力度  $\tau_a$  以下、指定した点のたわみが許容たわみ  $\delta_a$  以下及び高さの上下限值が  $x''$ ,  $x'$  であるとする。



図—6. 3 変断面連続ばりのモデル

具体的に計算した例は、図—6. 4 に示すような 2 径間連続変断面鋼ばりで、分割は 20 等分 ( $N = 21$ ) し、荷重は図の通りである。用いた定数は、スパン 5 m,  $b = 12\text{cm}$ ,  $t_f = 1.2\text{cm}$ ,  $t_w = 1.0\text{cm}$ ,  $x' = 10\text{cm}$ ,  $x'' = 30\text{cm}$ ,  $\sigma_a = 1400\text{ kgf/cm}^2$  (137MPa),  $\tau_a = 1000\text{ kgf/cm}^2$  (98MPa),  $\delta_a = 1.4\text{ cm}$  で、設計変数の初期値  $x^0$  はすべて 30 cm, move limit  $l$  もすべて 2 cm とした。なお、せん断応力度制限の計算点は、支点上と中間支点の両側の分割点の 5 箇所、たわみ制限の計算点は各スパンの中央付近の分割点 (5~7, 15~17) の 6 箇所とした。



図—6. 4 変断面連続ばりの载荷形式と最適解  $x^{\text{opt}}$

この問題では変数の数は  $n = 21$ , 応力制限の計算点の数は  $K = 19 + 5 = 24$ , 変位制限の計算点の数は  $Q = 6$  であるから、式 (6. 4) に相当する制約条件の式の数は  $M = 30$  となる。変数の上下限制約の数 42 個と move limit の式 42 個を、式 (6. 27) のように整理すると、これら 84 個の式は 21 個の式となる。従って、式 (6. 25) ~ (6. 27) の

形に定式化した場合の制約条件の式の数の総計は 51 個となる。

この問題の最適解は図一 6. 4 中に示してある。この解で、制約条件式いっぱいとなったのは、高さの下限条件 5 個 ( 1, 2, 8, 13, 21 ), 上限条件 1 個 ( 11 ), 曲げ応力度の制限条件 8 個 ( 9, 10, 11, 12, 16, 17, 18, 20 ), たわみ制限 2 個 ( 5, 17 ), の計 16 個で、せん断応力度の制限条件にはすべて余裕がある。なお、このケースは変数の数 21 より少ない数の制約条件が条件いっぱいとなったが、応力制限だけでなく、変位制限が条件いっぱいとなる場合にはこのような現象が起りがちである。

ここで、6. 2. 2 の ( 2 ) で提案した方法の効果を見るために、計算時間の比および計算容量 ( 制約条件式の数で示す、以下同様 ) の比較を表一 6. 1 に示す。ここで、表中の ( a ), ( b ) は制約条件式の棄却を

しない場合とした場合を示し  
また、式 ( 6. 2 1 ) 中の  $\alpha$   
は 1.5 を用い、収束条件は  
目的関数の変化率が 1/100000  
以下とした。

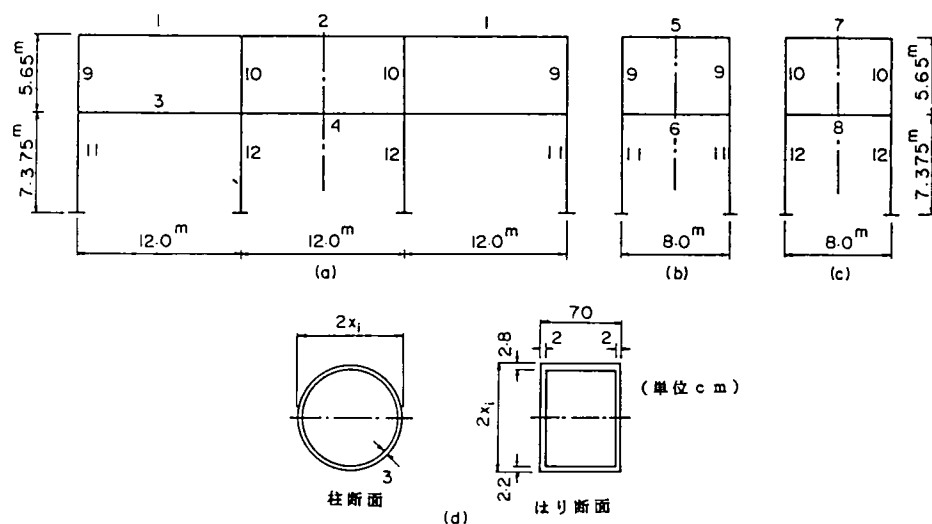
表一 6. 1 計算時間と容量の比較 ( 変断面連続はり )

	( a )	( b )
CPU TIME の比	1	0.6
用いた制約条件の数	51	22~27
繰り返し回数	26	19

この例では、本研究で提案した制約条件を棄却する方法によると、計算時間で約 40 % 減、計算容量で 28 % 減の効果が上がっている。LP の計算量は ( 変数の数 )  $\times$  ( 制約条件式の数 ) とシンプレックス演算の反復の回数の積に比例し、反復の回数は制約条件式の数に関連する。従って、LP 計算だけの計算時間の減少率はもっと大きいはずであるが、最適設計々算全体で考えると、この例では制約条件式の減少率の約 1.4 倍程度の時間減少率になっている。

前述したように、制約条件を棄却するという方法では場合によっては収束しない事態も考えられるが、この例ではそのような現象は起らなかった。

次に、図一 6. 5 に示すような、縦方向は 2 層 3 径間対称形ラーメン、横方向は 2 層 1 径間対称形ラーメンの例について述べる。この問題の設計変数は、はりの高さ  $x_1 \sim x_8$  および柱の直径  $x_9 \sim x_{12}$  の合計 12 個である。制約条件は、常時と地震時の 2 つの载荷状態について各部材の直応力度が許容応力度  $\sigma_{sa}$  以下および柱の上端の水平変位が許容変位  $\delta_a$  以下とする。目的関数は使用鋼材の容積が最小になることとする。



図—6. 5 ラーメンのモデル

計算に用いた具体的な数値は次の通りである。常時死荷重：600 kgf/m<sup>2</sup>(5.88 MPa)（各層の載荷領域は縦 48 m, 横 16 m），常時活荷重：350 kgf/m<sup>2</sup>(3.43 MPa)（各部材に対して最も危険な状態に載荷する），衝撃係数：0.5，地震時死荷重：550 kgf/m<sup>2</sup>(5.39 MPa)，地震時活荷重：250 kgf/m<sup>2</sup>(2.45 MPa)，水平震度：0.2，弾性係数：2.1×10 kgf/cm<sup>2</sup>(2.06 MPa)，許容応力度： $\sigma_{sa} = 1300$  kgf/cm<sup>2</sup>(2.06 ×10 MPa)，地震時許容応力度割増し：60%，許容水平変位：縦方向  $\delta_a^l = 5$  cm，横方向  $\delta_a^c = 3$  cm，初期値：はり 50 cm，柱 42 cm，上限値：95 cm，下限値：はり 35 cm，柱 27.5 cm，move limit：2 cm。

最適解は次の通りである。

$$x^{opt} = (43.9, 41.8, 35.0, 35.0, 35.0, 50.3, 35.0, 57.7, 36.6, 30.6, 41.0, 41.3 \text{ cm})$$

この例で条件いっぱいとなった制約条件式は、変数の下限条件4個（3, 4, 5, 7の各部材），直応力度の制限条件5個（1, 2, 9, 10, 12の各部材），変位制限2個の計11個である。直応力度の制限条件がいっぱいとなっている荷重状態は、部材12については図—6. 5（a）の地震時，部材1, 2, 9については図—6. 5（a）の常時，部材10については図—6. 5（c）の常時となっている。

6. 2. 2の（1），（2）で提案した方法の効果を前例と同様に，計算時間の比および計算容量で比較すると，表—6. 2のようになる。この例では，荷重状態が常時と地震時の2種類あり，その部材の最大応力点を探して応力度の制限式を作るとしても，形式的には部材数×



荷重状態の数 =  $12 \times 2$  の計 24 個の応力制限式がある。変位の制限式は縦方向 1 個、横断方向 2 個の計 3 個あり、この他に 6. 2. 2. の (1) で述べたように、move limit と変数の上下限の条件を整理してもなお変数の数の 2 倍の変数制約の制約条件がある。これらの合計 51 個の制約条件式を各段階の LP の計算に採用する場合を、表一 6. 2 の (a) とする。

表一 6. 2 計算時間と容量の比較 (ラーメン)

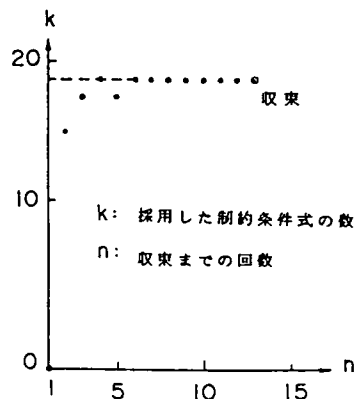
この (a) について、  
6. 2. 2. (1) で  
述べたように、LP の  
非負条件と、式 (6.  
13) の下限条件を合

	(a)	(b)	(c)
CPU TIME の比	1	0.36	0.23
用いた制約条件の数	51	39	16~19
繰り返し数	15	15	13

せるように変数変換すれば、変数の 2 倍だけあった変数制約の条件式を、変数の数だけに減らすことができる。この場合は、合計 39 個の制約条件式を LP の計算に採用することになる。これを表一 6. 2 の (b) とする。この (b) をさらに 6. 2. 2 (2) で述べたように、1 つの部材については 1 つだけの荷重状態から決る応力制限式を選び、かつ余裕のあるとみなされる制約条件式の棄却を行うと、LP の計算に用いる制約条件式の数の合計は 24 個以下となる。これを表一 6. 2 の (c) とする。従って、(a) と (b) の差が 6. 2. 2 (1) で述べた変数変換の効果を示し、(b) と (c) の差が 6. 2. 2 (2) で述べた制約条件式の棄却の効果を示すことになる。

なお、式 (6. 21) 中の  $\alpha$  には 2.0 を用い、収束条件は目的関数の変化率が  $1 / 10000$  以下とした。この例では、6. 2. 2 (1) で提案した変数変換を行うと、計算時間で約 60 % 減、計算容量で約 24 % の減の効果が上っている。また、6. 2. 2 (2) で述べた棄却を行うと、計算時間で約 35 % の減、計算容量で約 50 % の減の効果が上っている。ここで、(a) から (b) への制約条件の減少率と (b) から (c) へのそれを比べると、後者の方が大きくなっている。一方、時間の減少率は前者の方が逆に大きくなっている。このことは、制約条件式の減少が時間の減少に単純につながらないことを示している。つまり、前者では制約条件式の減少が直接時間の減少に結びつくが、後者では 6. 2. 2 (2) で述べた棄却の判断を行うための時間が必要となるからである。なお (c) の場合について、各段階の LP の計算に採用した制約条件式の数を図一 6. 6 に示す。この例においては、式 (6. 16) で示さ

れる変数制約の式は 12 個であるから、式 (6. 15) で示される応力制限と変位制限の式の中から、LP の計算に採用された式の数に最大 7 個ということになり、この数はこれらの式の中で制限いっぱいとなっている式の数に一致している。つまり 6. 2. 2 (2) の方法によれば、応力制限と変位制限の式の中から、最終的に条件いっぱいとなる数程度の制約条件式だけが LP 計算に用いられていることになる。



図—6. 6 収束までの回数と採用した制約条件式の数

## (2) 連続トラス

トラスの最適設計の一般的方法は、前項の連続ばり

およびラーメンと同様な定式化によるものである。しかし、ここでは応力制限と断面積の上下限制限を制約条件とする場合に対して、Schmit らが提案した方法<sup>2)</sup>を連続トラスに拡張して用いる。まず、Schmit らの方法の概要は次のようである。トラスを基本静定系と余部材とに分離し、応力制限の制約条件式を次のように書き表す。

$$\left. \begin{aligned} P_{ik} + \sum_{j=1}^J r_{ij} R_{jk} - A_i \sigma_{ti} &< 0 \\ P_{ik} + \sum_{j=1}^J r_{ij} R_{jk} - A_i \sigma_{ci} &> 0 \end{aligned} \right\} \quad (i=1, 2, \dots, I), (k=1, 2, \dots, K) \quad (6. 31)$$

ここで、 $P_{ik}$  は  $k$  载荷状態における基本静定系の  $i$  部材の軸力、 $r_{ij}$  は  $j$  余部材に単位力が作用したときの基本静定系の  $i$  部材の軸力、 $R_{jk}$  は  $k$  载荷状態における  $j$  余部材の軸力、 $A_i$  は  $i$  部材の断面積、 $\sigma_{ti}$  は  $i$  部材の許容引張応力度、 $\sigma_{ci}$  は  $i$  部材の許容圧縮応力度、 $I$  は部材総数、 $J$  は余部材数、 $K$  は载荷状態の数、である。この式 (6. 31) において、 $P_{ik}$ 、 $r_{ij}$  は基本静定系に関するものであるから、あらかじめ計算で求めておくことが出来る。従って、式 (6. 31) 中の変数は  $R_{jk}$  および  $A_i$  で、その総数は  $I+J \times K$  個である。ところで、式 (6. 31) ではつり合い条件は満足しているが、適合条件は入っていない。そこで、近似的な適合条件式として次式を制約条件に追加する。

$$\begin{aligned} R_{jk} \epsilon_{j,k-1} - R_{j,k-1} \epsilon_{jk} &= 0 \quad (j=1, 2, \dots, J), \\ (k=2, 3, \dots, K) \end{aligned} \quad (6. 32)$$

ここで、 $\varepsilon_{jk}$  は断面積の近似値  $A^0$  を用いた時の、 $k$  載荷状態における  $j$  余部材のひずみ、である。この式 (6. 3 2) を書き直すと次のようになる。

$$A_{jk} = A_{j,k-1} \quad (j=1, 2, \dots, J), \\ (k=2, 3, \dots, K) \quad (6. 33)$$

ここで、

$$A_{jk} = \frac{R_{jk}}{E\varepsilon_{jk}}, \quad A_{j,k-1} = \frac{R_{j,k-1}}{E\varepsilon_{j,k-1}} \\ (j=1, 2, \dots, J), \quad (k=2, 3, \dots, K) \quad (6. 34)$$

である。 $A_{jk}$ ,  $A_{j,k-1}$  の意味は  $k$  もしくは  $k-1$  の載荷状態に対する  $j$  余部材の面積を表している。従って、式 (6. 3 2) は、載荷状態によって余部材の面積は変るものではなく、断面積は 1 組しかあり得ないという条件をひずみの条件即ち、適合条件式として表現したものである。ただし、ひずみ  $\varepsilon$  は断面積が決まないと求められないから、断面積の近似値を用いる。従って、式 (6. 3 2) は近似的な適合条件式ということになる。これらの式 (6. 3 1), (6. 3 2) のほかに断面積の上下制限式として次式を制約条件に加える。

$$A_i^l < A_i < A_i^u \quad (i=1, \dots, I) \quad (6. 35)$$

目的関数は全容積を最小にするものとすれば、次式のようになる。

$$z = \sum_{i=1}^I L^i A_i \rightarrow \min. \quad (6. 36)$$

ここで、 $L^i$  は  $i$  部材の長さである。

以上のように定式化すると、式 (6. 3 1), (6. 3 2), (6. 3 5) の制約条件および式 (6. 3 6) の目的関数はすべて変数  $R_{jk}$ ,  $A_i$  の一次式である。従って線形計画問題となる。ただし、式 (6. 3 2) の制約条件式が近似式であるから、1 回の LP 計算では一般に正解は得られない。そこで、Schmit らはまず最初の LP 計算では、式 (6. 3 2) の制約条件を除いて解き、その解を次の近似値として用いて式 (6. 3 2) の  $\varepsilon$  を求め、LP 計算を行い、収束するまでこの操作を繰り返す方法を提案している。なお、この方法ではどの繰り返しの段階においても、式 (6. 3 1) の係数は断面積には関係しない (静定系に関するものであるから) ので、常に一定である。従って、これらの係数は一度求めておくだけでよい。この解法のマクロなフローチャートを図-6. 7 に示す。

この方法の特徴は、定式化が SLP 法などに比べて非常に簡単であること、基本的に LP の問題として定式化してあるということである。

次にこの方法を外的不静的トラスに拡張して適用することについて述べる。式(6.31)において、余部材力 $R_{jk}$ の他に、外的不静定トラスの余反力を加えて定式化しても、式(6.32)はこの余反力に対しては成立しないので、この方法はこのままでは外的不静定トラスに適用できない。そこで、基本静定系の代りに基本系として、内的には静定、外的には不静定のままの系を選び、式(6.31)中の $P_{ik}$ ,  $r_{ij}$ は断面積の近似値 $A^0$ を用いて求めると、近似的には式(6.31)は成立することになる。従って、LP計算で求めた断面積を次の解の近似値として、式(6.31), (6.32)の係数を求めて、改めてLP計算を行うことを繰り返して、収束すれば式(6.31), (6.32)は正確なものとなるから、最適解が得られることになる。ただしこの場合も式(6.31)が近似式となるから、初期値の与え方によっては収束しないことも考えられる。この修正法が、Schmitらの方法と異なる点は、まず断面積の初期値 $A^0$ を与える必要があることと、式(6.31)も式(6.32)と同様に近似式となり係数は一定ではなく繰り返しのつど求めなければならないことである。

このように修正された方法によるLP問題は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \text{制約条件: } & \sum_{j=1}^I r_{ij}' R_{jk}^* - \sigma_{ti} A_i^* < \sigma_{ti} A_i^l + R_0 \sum_{j=1}^I r_{ij}' - P_{ik}' \\ & - \sum_{j=1}^I r_{ij}' R_{jk}^* + \sigma_{ci} A_i^* < -\sigma_{ci} A_i^l - R_0 \sum_{j=1}^I r_{ij}' \\ & \quad + P_{ik}' \end{aligned} \right\} \quad (i=1, 2, \dots, I), (k=1, 2, \dots, K) \quad (6.37)$$

$$A_i^* < A_i^u - A_i^l, \quad (i=1, 2, \dots, I) \quad (6.38)$$

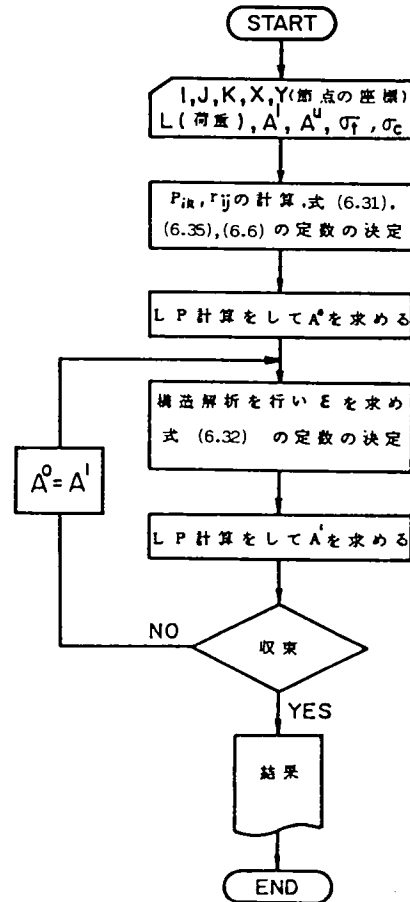


図-6.7 Schmit の方法の

マクロ・フローチャート

$$R_{jk}^* \varepsilon_{j,k-1} - R_{j,k-1}^* \varepsilon_{jk} = R_0 (\varepsilon_{j,k-1} - \varepsilon_{jk})$$

$$(j=1, 2, \dots, J), (k=2, 3, \dots, K) \quad (6.39)$$

$$\text{目的関数: } z = \sum_{i=1}^I L^i A_i^* \rightarrow \min. \quad (6.40)$$

ここで、 $P_{ik}'$  は  $k$  載荷状態における修正基本系の  $i$  部材の軸力、 $r_{ij}'$  は  $j$  余部材に単位の力が作用した時の修正基本系の  $i$  部材の軸力、 $R_{jk}^* = R_{jk} + R_0$ 、 $R_0$  は  $R_{jk}^*$  を非負にするための正の大きな値、 $A_i^* = A_i - A_i'$ 、である。

さてこのLP問題の制約条件式の数は形式的には、式(6.31)が  $2I \times K$  個、式(6.32)が  $J \cdot (K-1)$  個、式(7.35)が  $2I$  個の総計  $2I \cdot (K+1) + J \cdot (K-1)$  個となるが、6.2.2 (1) で述べたような制約条件式の棄却を行うと式(6.35)は、式(6.38)のように  $I$  個となり式(6.37)～(6.39)の総計は、 $I \cdot (2K+1) + J \cdot (K-1)$  個となる。さらに6.2.2 (2) で述べたような制約条件式の棄却を行うと式(6.37)は  $I$  個以下となる。従って、実際にLP計算に用いる制約条件式の数は、 $2I + J \cdot (K-1)$  個以下となる。 $J=0$ 、即ち内の静定トラスの場合には制約条件式の数は載荷状態に関係なく常に  $2I$  個以下となる。この修正された方法のマクロなフローチャートを図-6.8に示す。なお、式(6.37)、(6.39)の制約条件式の右辺は負になるものが生じるが、6.2.2 (2) で述べたことがここでもいえる。

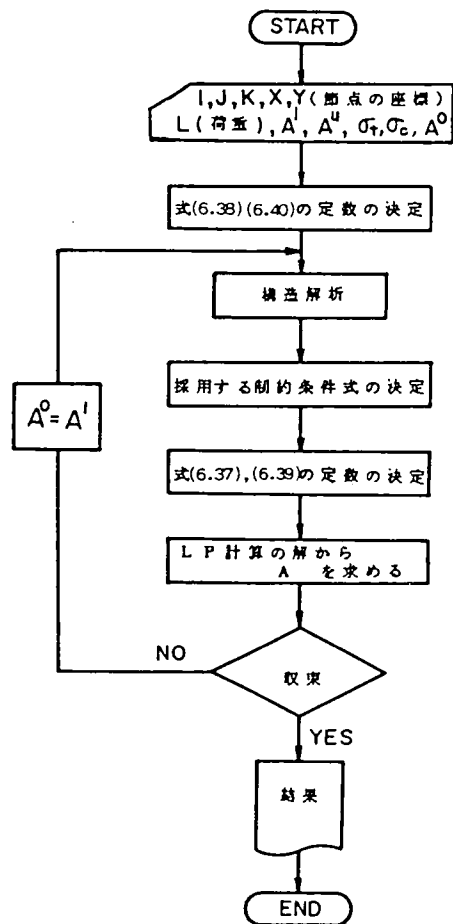


図-6.8 拡張した方法のマクロ・フロー・チャート

具体的な計算例として図-6. 9 に示すような3径間連続対称トラスについて述べる。荷重は死荷重が 42.2 t/m , 集中荷重が 19.9t , 等分布活荷重が 1.38 t/m とする。

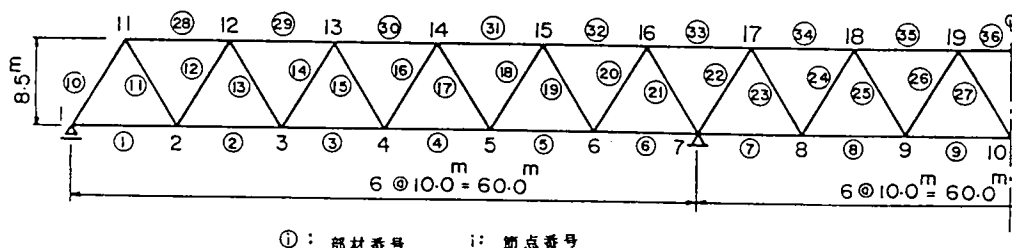


図-6. 9 連続トラスのモデル

活荷重の载荷状態として、図-6. 10 に示すように 16 ケース ( $K = 16$ ) を考えた。部材数は  $I = 36$ , 内的不静定次数は  $J = 0$  であるから、制約条件式の数形式的には、 $2I(K + 1) = 1224$  個であるが、前述のような整理を行うと  $2I = 72$  個となる。

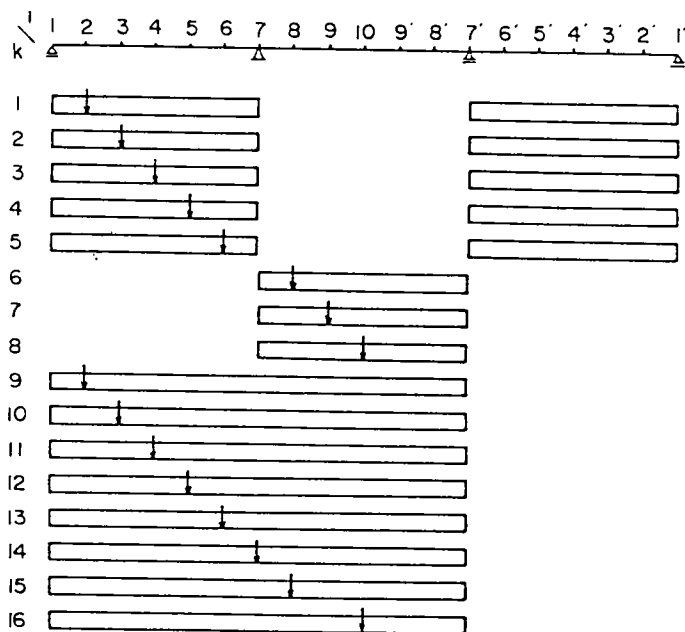


図-6. 10 連続トラスの载荷形式

断面積の初期値  $A^0$  , 上下限值  $A''$  ,  $A'$  , 許容応力度  $\sigma_t$  ,  $\sigma_c$  , 最適解  $A^{opt}$  および応力制限がいっぱいとなった部材の载荷種別番号 (正番号は  $\sigma_{ti}$  いっぱい, 負番号は  $\sigma_{ci}$  いっぱい

であることを示す) を表一6. 3 に示す。

表一6. 3 連続トラスの初期値などと最適解

$i$	$A^0$ (cm <sup>2</sup> )	$A^1$ (cm <sup>2</sup> )	$A^u$ (cm <sup>2</sup> )	$\sigma_t$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$A^{opt}$ (cm <sup>2</sup> )	$k$
1	300.0	50.0	500.0	1400.0	-1000.0	54.4	1
2	"	"	"	"	"	134.8	2
3	"	"	"	"	"	161.9	3
4	"	"	"	"	"	138.3	3
5	"	"	"	"	"	63.0	4
6	"	"	"	"	"	138.9	-15
7	"	"	"	"	"	152.6	-12
8	"	"	"	"	"	50.0	
9	"	"	"	"	"	70.2	8
10	"	200.0	"	"	"	200.0	
11	"	50.0	"	1900.0	-900.0	79.0	1
12	"	"	"	1400.0	"	89.7	-2
13	"	"	"	"	"	57.7	2
14	"	"	"	"	-700.0	50.0	
15	"	"	"	"	"	50.0	
16	"	"	"	"	"	59.4	11
17	"	"	"	"	"	118.8	-11
18	"	"	"	"	-900.0	108.7	12
19	"	"	"	"	"	169.1	-12
20	"	"	"	1900.0	"	116.1	13
21	"	200.0	"	1400.0	-1000.0	220.5	-13
22	"	200.0	"	"	"	200.0	
23	"	50.0	"	1900.0	-900.0	99.2	14
24	"	"	"	1400.0	"	133.0	-15
25	"	"	"	"	"	85.5	15
26	"	"	"	"	"	55.5	-16
27	"	"	"	"	-700.0	50.0	
28	"	"	"	"	-1000.0	152.3	-1
29	"	"	"	2100.0	-1250.0	183.8	-2
30	"	"	"	"	"	186.0	-3
31	"	"	"	"	"	129.6	-4
32	"	"	"	1400.0	-1000.0	50.0	
33	"	"	"	2100.0	-1250.0	115.0	15
34	"	"	"	1400.0	-1000.0	51.9	4
35	"	"	"	2100.0	-1250.0	67.1	-7
36	"	"	"	"	-1250.0	96.5	-8

収束条件は、断面積の変化率が  $1 / 1000$  以下となることとして、繰返し回数は7回、C P U T I M E ( HITAC 8800/8700 ) は 51.2 sec であった。この例では表一5. 3 にしめすように、応力制限いっぱいとなった式の数 は 29 個、断面積の下限条件でいっぱいとなった式の数 が 7 個、合計変数の数に等しい 36 個であった。なお、 $\alpha = 2.0$  を用いて、72 個の中からLPの計算に採用した制約条件式の数 は 32 ~ 62 個であった。この例のような場合では、前述のような制約条件式の整理を行わなければ、実用上計算することは不可能に近いであろう。この例においても、発散とか振動するといった現象は起らなかった。

## 6. 3 信頼性を条件としたトラスの最適設計

### 6. 3. 1 信頼性を条件とした最適設計概説

信頼性に基づいた設計は、構造物あるいは構造部材の破壊確率を安全度の確保のための尺度として用いることは第4章で述べた。この設計思想は前述したように、強度および荷重の不確定な要因を、確率論および統計論の手法をもって評価してゆこうとする点に主眼がある。これらの不確定要因としては、強度の算定に関する不確定要因として、(1) 材料強度のばらつき、(2) 製作精度のばらつき、(3) 強度解析上の不確定要因等が代表的に挙げられる。また、荷重影響の算定に関する不確定要因として、(4) 変動性を有する外力作用、(5) 荷重モデル化の誤差、(6) 荷重組合せの不確定要因等が代表的なものと考えられる。このような不確定要因を積極的に設計に取り込んで、安全性を議論しようとするのが、信頼性設計であると言える。

一方、土木構造物の経済性の問題は、最適設計の問題として捉えられて議論されることが多い<sup>1), 3), 14), 15)</sup>ことは前述した通りである。従って、安全性の追求という主題からの信頼性設計と、経済性の追求が主題の最適設計が組み合されて、安全性と経済性のより合理的な設計を追求すべき試みがなされても不思議はない。

本研究では、主として静定トラスを対象とした、破壊確率を制約条件とする最適設計を取り扱うものである。なお本研究で取り扱う不確定要因としては、(1) および(4)に対象を限ることを断っておく。

### 6. 3. 2 定式化

信頼性(破壊確率)を制約条件とした最適設計問題は一般に次のように表される<sup>16)~19)</sup>。

$$\text{制約条件: } p_f \leq p_{fa} \quad (6.41)$$

$$\text{目的関数: } W = \sum W_i(X) \rightarrow \min. \quad (6.42)$$

ここで、 $p_f$  は構造物の破壊確率、 $p_{fa}$  は構造物の許容破壊確率(設計の条件としてあらかじめ指定される)、 $W$  は構造物の総重量、 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 、である。

一般に静定トラス(weakest link type)の破壊確率  $p_f$  は、トラスの部材総数を  $m$  とすると、個々の部材の破壊の確率は非常に小さいものと仮定して、以下のように求められる。

$$p_f = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - p_{fi}) \doteq \sum p_{fi} \quad (6.43)$$

ここで、 $p_{fi}$  は  $i$  部材の破壊確率、である。Switzky<sup>6)</sup> は、この最適化問題を解くため



に，ラグランジュの未定乗数法を用いた。

$$\frac{\partial}{\partial W_i} \{ W + \lambda (p_{fa} - p_f) \} = 0 \quad (6.44)$$

これから，

$$\frac{\partial p_{fi}}{\partial W_i} = \frac{1}{\lambda} = \text{const.} \quad (6.45)$$

が得られるが，Switzky はさらに，

$$\left( \frac{W_i}{W} \right) \frac{1}{p_f} = \left( \frac{W_i}{W} \right) p_f^2 \quad (6.46)$$

と仮定し，式(6.45)，(6.46)の関係から，

$$(W_i/W) = (p_{fi}/p_{fa}) \quad (6.47)$$

を得た<sup>16),20)</sup>。この式(6.47)の意味するのは，部材 i の破壊確率は部材 i の重量に比例するということである。

### 6.3.3 計算例

簡単な例として，図-6.11に示すような2本部材のトラスを考える。ただし，部材長に対して次式で表される制約があるものとする。

$$L_1 + L_2 = 2L \quad (\text{一定}) \quad (6.48)$$

ここで， $L_1$ ， $L_2$  はそれぞれ部材1，2の長さ，である。

このトラスの各部材の破壊確率を求めるための破壊基準関数は，次式で与えられる。

$$Z = A_i \sigma_y - \alpha_i P \leq 0 \quad (6.49)$$

ここで， $A_i$  は i 部材の断面積（求めるもの）， $\sigma_y$  は部材の降伏応力度（確率変数）， $\alpha$  は i 部材の単位荷重による荷重分担率， $P$  は荷重（確率変数），である。

破壊基準関数式(6.49)から求められる安全性指標  $\beta$  は，第4章で求められた式(4.31b)を使うものとする，以下の式で表される。

$$\beta_i = \ln \left( \frac{A_i}{\alpha_i} \frac{\mu_{\sigma_y}}{\mu_P} \right) / \sqrt{V_{\sigma_y}^2 + V_P^2} \quad (6.50)$$

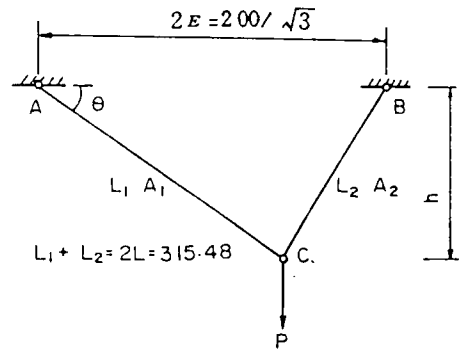


図-6.11 2部材からなるトラス

$$p_{fi} = \Phi(-\beta_i) \quad (6.51)$$

ここで、 $\mu_{\sigma_y}$  は降伏応力度の平均値、 $\mu_p$  は荷重の平均値、 $V_{\sigma_y}$  は降伏応力度の変動係数、 $V_p$  は荷重の変動係数、である。式(6.50)より求められる、繰り返しの段階の部材断面積  $A_i$  は次式で表される。

$$A_i = \alpha_i \frac{\mu_{\sigma_y}}{\mu_p} \exp(\beta_i \sqrt{V_{\sigma_y}^2 + V_p^2}) \quad (6.52)$$

この段階での全重量は、 $\rho$  を材料の密度とすると、

$$W = \rho \sum A_i L_i \quad (6.53)$$

となり、新しい段階での  $p_{fi}^*$  は、

$$p_{fi}^* = \frac{\alpha_i \frac{\mu_{\sigma_y}}{\mu_p} \exp(\beta_i \sqrt{V_{\sigma_y}^2 + V_p^2})}{\sum_{i=1}^2 \alpha_i \frac{\mu_{\sigma_y}}{\mu_p} \exp(\beta_i \sqrt{V_{\sigma_y}^2 + V_p^2})} p_{fa} \quad (6.54)$$

で求められ、この  $p_{fi}$  が一定値になるまで、計算を繰り返す。

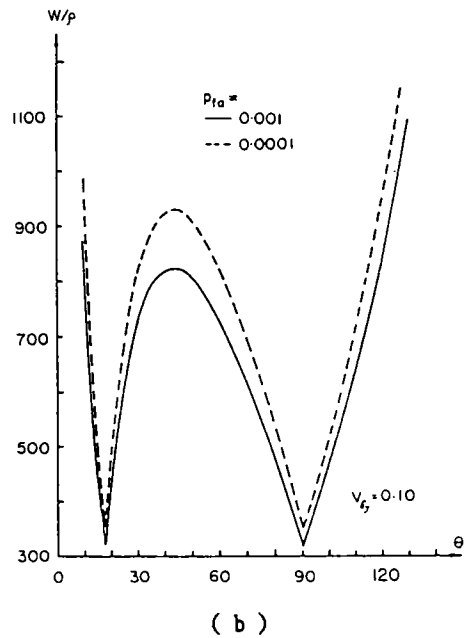
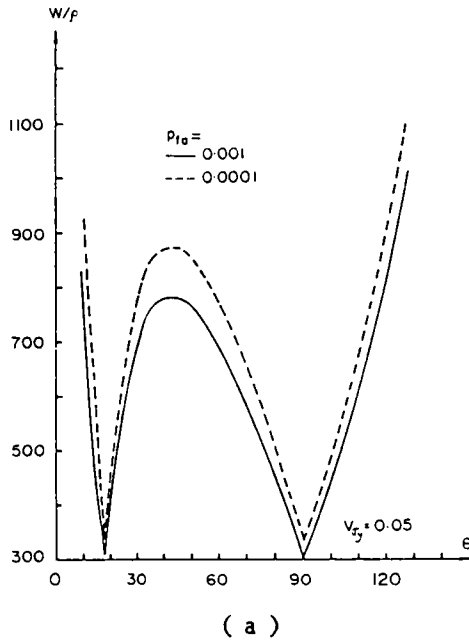
いま、 $\mu_p / \mu_{\sigma_y} = 1.5$ 、 $V_{\sigma_y} = 0.05 \sim 0.15$ 、 $V_p = 0.2$ 、 $p_{fa} = 10^{-3} \sim 10^{-4}$  とした場合、図-6.11中の  $\theta$  の変化に対する重量を示したものが図-6.12(a) ~ (c) である。

これらの図から分ることは、 $V_{\sigma_y}$  が同じ場合には、許容破壊確率を1オーダ上げてても、最適重量には、後述するように、あまり響かないということが出来る。このことは、この計算例のようなトラスにおいては、破壊に対する社会的損失費用ということも含めて考えると、多少の費用の増加は、破壊するよりも安全な方が良く考える立場からすると、かなり重要な設計の要因となり得る。またこの計算例では、 $\theta$  をパラメータにしてある程度幾何学的性状の、重量に及ぼす変化を調べたが、普通の形状を持ったトラス、例えば  $\theta = 30^\circ \sim 60^\circ$  程度の角度で設計されるトラスにおいては、総重量に対する各部材の重量の配分率 ( $p_{fa}$  に対する  $p_{fi}$  の比) は、ほぼその幾何学的性状によって決ることが分る。その理由は、式(6.54)において、 $\theta = 30^\circ \sim 60^\circ$  に対しては、部材の破壊確率  $p_{fi}$  がほぼ等しくなるので、総重量に対する部材重量の比率はほぼ以下によって表されるからである。

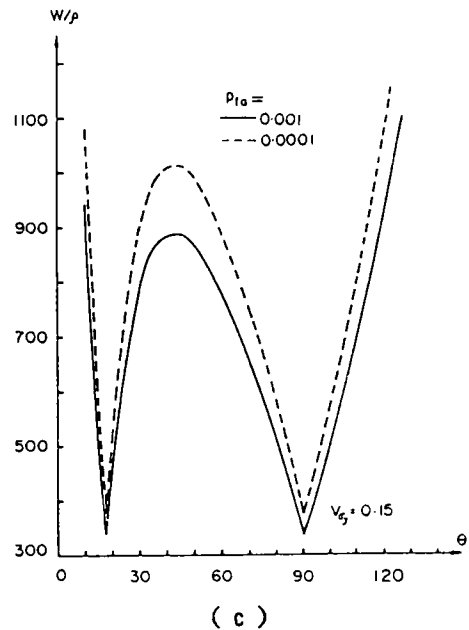
$$W_i / W \approx \alpha_i / \sum \alpha_i \quad (6.55)$$

ここでの  $\alpha_i$  は幾何学的性状から決るものであるから、上述のことがいえる。特に、 $V_p$ 、 $V_{\sigma_y}$  が小さい場合については、最適解に対する式(6.55)によって近似的に求まる値の

誤差は少ない。



なお、本計算例の  $\theta$  と断面積  $A_i$ 、総重量  $W/\rho$  の関係を表—6. 4 (a) ~ (b) に示す。また、 $p_{fa} = 0.001$  の場合の、 $p_{fi}$  の最適解と、式 (6. 55) より求まる近似値を表—6. 5 に載せた。表—6. 5 には、 $V_{\sigma_y} = 0.05$  の場合のそれぞれの部材の破壊確率を載せてある。この表から分るように、極端な形状を有しないトラスでは、式 (7. 55) から近似的に破壊確率を求めても、有効数字にして、3 ケタから4 ケタ目以降でしか変わらない。この傾向は、 $V_{\sigma_y} = 0.10, 0.15$  の場合についても全く同様である。



図—6. 12 2 部材からなるトラスの  $\theta$  と  $w/\rho$  の関係

次に、信頼度 (破壊の確率  $p_{fa}$ ) を 0.001 から 0.0001 に 1 オーダ上げた場合の重量についてみると、変動係数  $V_{\sigma_y} = 0.05$  の場合

表一6. 4 (a)  $\theta$  と最適断面, 重量の関係  $P_{fa} = 10^{-3}, V_p = 0.2$  (単位: 無次元)

$\theta$ 項目	$V_{\sigma y} = 0.05$			$V_{\sigma y} = 0.10$			$V_{\sigma y} = 0.15$		
	断面積		重量	断面積		重量	断面積		重量
	A 1	A 2	$W/\rho$	A 1	A 2	$W/\rho$	A 1	A 2	$W/\rho$
10	1.98	3.98	731	2.02	2.22	773	2.28	4.62	843
17.58	0.0	2.84	208	0.0	2.99	219	0.0	3.25	238
20	0.41	2.79	321	0.43	2.95	339	0.47	3.21	370
30	1.48	2.56	591	1.57	2.71	626	1.71	2.96	683
40	2.06	2.27	680	2.18	2.40	721	2.37	2.62	786
42.94	2.17	2.17	684	2.30	2.30	725	2.51	2.51	790
50	2.38	1.90	665	2.52	2.01	705	2.74	2.20	769
60	2.56	1.48	591	2.71	1.57	626	2.96	1.71	683
70	2.68	1.02	484	2.84	1.80	512	3.09	1.18	559
80	2.77	0.53	356	2.93	0.57	377	3.19	0.62	411
90	2.84	0.0	208	2.99	0.0	219	3.25	0.0	238
100	3.12	0.57	346	3.30	0.61	366	3.60	0.66	399
120	3.46	1.18	507	4.17	2.00	749	4.56	2.18	816

表-6.4 (b)  $\theta$  と最適断面、重量の関係  $P_{fa} = 10^{-4}$ ,  $V_p = 0.2$  (単位: 無次元)

$\theta^\circ$ / 項目	$V_{\sigma y} = 0.05$			$V_{\sigma y} = 0.10$			$V_{\sigma y} = 0.15$		
	断面積		重量	断面積		重量	断面積		重量
	A1	A2	$W/\rho$	A1	A2	$W/\rho$	A1	A2	$W/\rho$
10	2.25	4.49	827	2.40	4.81	885	2.65	5.35	980
17.58	0.0	3.23	236	0.0	3.45	252	0.0	3.80	278
20	0.46	3.16	363	0.49	3.38	389	0.55	3.74	430
30	1.67	2.90	669	1.79	3.10	716	1.98	3.44	793
40	2.32	2.57	770	2.49	2.75	824	2.76	3.05	913
42.94	2.45	2.45	775	2.62	2.62	829	2.91	2.91	919
50	2.69	2.15	753	2.88	2.30	806	3.19	2.55	893
60	2.90	1.67	669	3.10	1.79	716	3.44	1.98	794
70	3.03	1.15	547	3.25	1.23	586	3.59	1.37	649
80	3.14	0.60	403	3.36	0.65	431	3.71	0.72	478
90	3.23	0.0	236	3.45	0.0	252	3.80	0.0	278
100	3.53	0.65	391	3.78	0.69	419	4.19	0.77	464
120	4.42	2.15	801	4.74	2.30	857	5.27	2.54	949

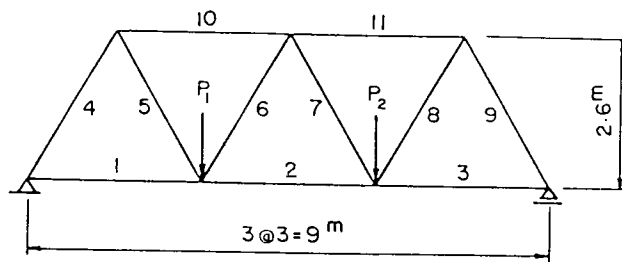
では、重量の増加は平均して約 13 %程度に過ぎない。 $V_{\sigma_y} = 0.10, 0.15$  の場合にもそれぞれ約 14 %, 16% 程度となっている。このことは、 $P_{fa}$  を 1 オーダ上げることの社会的に影響を及ぼす安全性の大きさに比べて、それに伴う経済的な増加は、思ったより少ないと言うことが、本計算例については言える。

次に、2 番目の例として、図一 6. 13 に示す、11 部材からなる静定トラスの最適設計を行う。このトラスの  $i$  部材の破壊基準関数は、強度（座屈強度も含む）、断面積および前述の 6. 3. 1 (3) を考慮する意味で、構造解析の変動性を考慮して、次のように表される<sup>21), 22)</sup>。

$$Z_i = E_b \bar{\sigma}_{y_i} A_i - E_a \sum \alpha_{ik} P_k \quad (6.56)$$

表一 6. 5 最適解と近似解による  $p_{fi}$

$P_{fa} = 0.001, V_{\sigma_y} = 0.05$				
項目 角度	最適解		近似解	
$\theta$	$P_{f1} \times 10^4$	$P_{f2} \times 10^4$	$P_{f1} \times 10^4$	$P_{f2} \times 10^4$
20	2.9650	7.0351	2.8626	7.1374
30	4.9998	5.0002	4.9997	5.0003
40	5.0349	4.9652	5.0366	4.9634
42.94	5.0003	4.9997	5.0000	5.0000
50	4.9363	5.0637	4.9321	5.0679
60	5.0001	4.9999	5.0001	4.9991
70	5.4080	4.5920	5.4316	4.5684
80	6.5261	3.4740	6.6083	3.3917
90	10.000	0.0000	10.000	0.0000
100	5.8590	4.1410	5.9078	4.0922



図一 6. 13 11 部材からなるトラス

ここで、 $E_b$  は座屈強度係数（平均値 1.0，変動係数  $V_b$ ）， $\sigma$  は  $i$  部材の降伏点強度（平均値  $\mu_{\sigma_{y_i}}$ ，変動係数  $V_{\sigma_{y_i}}$ ）， $A_i$  は  $i$  部材の断面積（平均値  $\mu_{A_i}$ ，変動係数  $V_{A_i}$ ）， $E_a$  は構造解析係数（平均値 1.0，変動係数  $V_a$ ）， $P_k$  は  $K$  点に作用する荷重（平均値  $\mu_{P_k}$ ，変動係数  $V_{P_k}$ ），であり，定数（確定量）として取り扱う変数は， $a_{ik}$  は  $K$  点に単位の荷重が作用したときの  $i$  部材に生じる断面力， $\bar{\sigma}$  は座屈を考慮した圧縮部材に対する強度遞減係数，

$$\sigma = \begin{cases} 1.0 - 0.136 \lambda - 0.3 \lambda^2 & (\lambda \leq 1.0) \\ 1.276 - 0.888 \lambda + 0.176 \lambda^2 & (\lambda \geq 1.0) \end{cases} \quad (6.57)$$

$$\lambda = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_{\sigma_{y_i}}}{E}} \quad (6.58)$$

であり， $\lambda$  は細長比， $E$  は弾性係数（ $= 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ），である。

以上の変数の諸量は，表一6.6にのせた。ここで， $E_a$  の変動係数を0としたのは，静定構造物では部材力算定の変動は殆どないと考えられるからである。

本計算例の破壊基準関数は非線形であるので，第4章で述べた長<sup>23,24)</sup>の提案になる安全性指標  $\beta_F$  を用いて，破壊確率を求めた。それぞれの確率変数の分布形の組合せを表一6.7にのせた。

表一6.6 変数の諸量

変数	平均値	変動係数
P1	18.0 t	0.2
P2	18.0 t	0.2
$\sigma_y$	4000.0 kgf/cm <sup>2</sup>	0.05, 0.10
A	—	0.02
E	1.0	0.0, 0.1
E	1.0	0.0
$\lambda = 60, \quad \lambda = 0.833, \quad \sigma = 0.678$		

表一6.7 分布とその組合せ

	$\sigma$	A	E	P1	P2
1	N	N	N	N	N
2	N	N	N	EX-I	EX-I
3	LN	LN	LN	LN	LN
4	LN	LN	LN	EX-I	EX-I
N: 正規分布, LN: 対数正規分布					
EX-I: 極値 I型 (最大値) 分布					

表一6. 8 (a) 組み合わせ1による最適解

$V_b$	$p_{fa}$	$V_{\sigma y}$		0.05		0.10	
		$V_A$		0.01	0.02	0.01	0.02
0.0	$10^{-3}$	a	c 1	4.33	4.35	5.09	5.11
			2	8.36	8.41	9.76	9.79
			3	12.40	12.46	14.32	14.37
			4	2.07	2.08	2.24	2.24
			5	8.50	8.54	9.88	9.91
		w b		263	265	304	305
	$10^{-4}$	a	c 1	4.60	4.63	5.62	5.64
			2	8.88	8.94	10.78	10.82
			3	13.21	13.28	15.86	15.91
			4	2.34	2.35	2.57	2.58
			5	9.04	9.10	10.97	10.96
		w b		281	283	337	338
0.1	$10^{-3}$	a	c 1	4.34	4.37	5.10	5.12
			2	8.37	8.43	9.79	9.82
			3	14.66	14.70	16.08	16.12
			4	2.09	2.09	2.25	2.25
			5	8.53	8.57	9.91	9.94
		w b		291	292	326	327
	$10^{-4}$	a	c 1	4.61	4.64	5.63	5.65
			2	8.91	8.96	10.81	10.85
			3	16.27	16.32	18.15	18.20
			4	2.35	2.36	2.58	2.59
			5	9.07	9.12	10.96	11.00
		w b		318	319	365	366

a : 最適断面積, b : 重量

c 1 : 1, 3 部材, 2 : 2 部材, 3 : 4, 9, 10, 11 部材,  
4 : 5, 6 部材, 5 : 7, 8 部材 の最適断面積を表す。



表一6.8 (b) 組み合わせ2による最適解

$V_b$	$p/a$	$V_{\sigma y}$		0.05		0.10	
		$V_A$		0.01	0.02	0.01	0.02
0.0	-3 10	a A	c <sub>1</sub>	5.27	5.28	5.70	5.72
			2	9.44	9.47	10.34	10.37
			3	14.67	14.70	15.80	15.84
			4	2.95	2.96	3.09	3.09
			5	10.16	10.18	10.97	10.99
		w b		314	315	339	340
	-4 10	a A	c <sub>1</sub>	5.92	5.94	6.51	6.53
			2	10.50	10.53	11.67	11.72
			3	16.60	16.65	18.14	18.18
			4	3.58	3.59	3.79	3.79
			5	11.47	11.51	12.56	12.59
		w b		357	358	390	391
0.1	-3 10	a A	c <sub>1</sub>	5.28	5.29	5.72	5.73
			2	9.47	9.49	10.37	10.40
			3	16.07	16.11	17.16	17.19
			4	2.97	2.97	3.10	3.10
			5	10.19	10.21	11.00	11.02
		w b		332	333	356	357
	-4 10	a A	c <sub>1</sub>	5.94	5.96	6.53	6.55
			2	10.52	10.56	11.72	11.76
			3	18.48	18.53	19.95	20.00
			4	3.60	3.61	3.80	3.81
			5	11.50	11.54	12.60	12.63
		w b		380	381	412	413

a : 最適断面積, b : 重量

c 1 : 1, 3部材, 2 : 2部材, 3 : 4, 9, 10, 11部材,

4 : 5, 6部材, 5 : 7, 8部材 の最適断面積を表す。

表一六． 8 (c) 組み合わせ 3 による最適解

$V_D$	$p_{fa}$	$V_{\sigma y}$		0.05		0.10	
		$V_A$		0.01	0.02	0.01	0.02
0.0	-3 10	a A	c <sub>1</sub>	4.76	4.78	5.19	5.21
			2	8.90	8.94	9.74	9.78
			3	13.46	13.50	14.59	14.64
			4	2.41	2.41	2.54	2.54
			5	9.27	9.30	10.07	10.10
		w b		287	288	311	312
	-4 10	a A	c <sub>1</sub>	5.20	5.22	5.73	5.75
			2	9.66	9.70	10.70	10.75
			3	14.76	14.82	16.18	16.24
			4	2.82	2.83	3.00	3.00
			5	10.16	10.20	11.15	11.19
		w b		313	316	346	347
0.1	-3 10	a A	c <sub>1</sub>	4.78	4.79	5.20	5.22
			2	8.92	8.94	9.76	9.80
			3	14.93	14.97	16.04	16.08
			4	2.42	2.42	2.55	2.55
			5	9.29	9.33	10.10	10.13
		w b		305	306	329	330
	-4 10	a A	c <sub>1</sub>	5.22	5.24	5.74	5.76
			2	9.68	9.72	10.73	10.77
			3	16.62	16.68	18.03	18.08
			4	2.84	2.84	3.01	3.02
			5	10.18	10.22	11.18	11.22
		w b		338	339	368	369

a : 最適断面積, b : 重量

c 1 : 1, 3 部材, 2 : 2 部材, 3 : 4, 9, 10, 11 部材,  
4 : 5, 6 部材, 5 : 7, 8 部材 の最適断面積を表す。

表一6.8 (d) 組み合わせ4による最適解

$V_D$	$p_{fa}$	$V_{\sigma y}$		0.05		0.10	
		$V_A$		0.01	0.02	0.01	0.02
0.0	-3 10	a A	c 1	5.27	5.28	5.63	5.64
			2	9.44	9.47	10.16	10.19
			3	14.67	14.70	15.63	15.67
			4	2.95	2.96	3.08	3.09
			5	10.16	10.18	10.84	10.85
		w b		314	315	335	336
	-4 10	a A	c 1	5.92	5.94	6.38	6.40
			2	10.50	10.53	11.39	11.43
			3	16.61	16.65	17.83	17.88
			4	3.59	3.59	3.77	3.78
			5	11.47	11.51	12.34	12.37
		w b		357	358	383	384
0.1	-3 10	a A	c 1	5.28	5.29	5.64	5.66
			2	9.46	9.49	10.18	10.21
			3	15.91	15.95	16.88	16.92
			4	2.97	2.97	3.09	3.10
			5	10.18	10.21	10.86	10.89
		w b		330	331	351	352
	-4 10	a A	c 1	5.94	5.96	6.04	6.42
			2	10.51	10.55	11.42	11.46
			3	18.21	18.26	19.45	19.50
			4	3.60	3.61	3.78	3.79
			5	11.50	11.54	12.37	12.40
		w b		376	377	403	404

a : 最適断面積, b : 重量

c 1 : 1, 3 部材, 2 : 2 部材, 3 : 4, 9, 10, 11 部材,

4 : 5, 6 部材, 5 : 7, 8 部材 の最適断面積を表す。

本計算例では、安全性指標  $\beta_F$  と、繰り返しの段階での断面積  $A_j$  の間には、前例での式(6.52)のような明確な関係が必ずしも存在しないので、次の段階へ進む場合の面積を  $A_j + \nu A_j$  として、重量が一定になるまで繰り返す必要がある。各分布の組合せ(4種類)に対する最適断面積とその重量( $w/\rho$ ,  $\rho$ : 密度)を表-6.8(a)~(d)にのせた。

表中の、aは最適断面積、bは重量をまた、cの1は1,3部材、2は2部材、3は4,9,10,11部材の組合せ、4は5,6部材、5は7,8部材の組合せをそれぞれ表す。

この計算例から、分布の組合せ1の場合が他のすべての組合せに比べて重量が最小になっている。また、同じ組合せにおいては、強度の算定の不確定要因を考慮すべき  $V_b$  が、重量に及ぼす影響は大きく、 $V_b = 0$  の場合と  $V_b = 0.1$  の場合では、その重量は約5%~13%の違いがある。強度  $\sigma_y$  の変動係数および断面積  $A$  の変動係数の重量に及ぼす影響は、 $p_{fa}$  が同じレベルの場合は殆どない。その原因は、両者の変動係数が小さく、それに比べて  $V_b = 0.1$  と割合に大きな値となっているからである。

以上から、本計算例のようなトラスにおいては、強度項を構成するうちで、圧縮部材の座屈を算定する不確定要因に対する変動で、重量がかなり変化することができる。また、2本トラスの計算例についても同様なことが言えたが、許容破壊確率を1オーダ上げても、重量にはそれ程響かない。このことは、許容破壊確率を1オーダ上げることによる、多少の費用の増加は、破壊に伴った社会的損失費用または人命の損失等を考えると、已むを得ないと考える立場に立つと許容破壊確率の設定のレベルが、設計の重要なファクターになる。

なお、荷重の分布として極値I型の最大値分布を考えると、当然ではあるが、他に比べて重量は大きくなっている。

#### 6.4 まとめ

本章では、土木構造物の経済性の面から、特に最適設計に主眼を置いて研究した。最適設計の実用化を図る観点から若干の手法を提案し、安全性と経済性の追求の観点からは、信頼性を制約条件とする静定トラスの問題を取り上げて調べた。本研究を要約すると次のようである。

(1) 最適設計計算の効率向上を図る手法として、変数変換による、変数制約条件式の集約法と、近似的な判別式の棄却法とが提案された。

(2) これらの方法の効果を見るために、具体的に変断面連続ばり、ラーメンおよび連続トラ

スの例が示された。

(3) いずれも計算容量の減少および計算時間の短縮の効果は顕著であった。ただし、制約条件式の棄却による効果のうち、時間の減少は容量の減少ほどではない。

(4) 近似的な判別式を用いることによる、解の発散もしくは振動現象は起らなかった。初期値が極端な値でない限り、通常は収束するようである。

(5) 連続トラスの最適設計の方法として、Schmitらの提案した方法を拡張修正して用いた。

(6) 破壊確率を制約条件とした静定トラスのうち、本研究で用いた2本部材のトラスでは、幾何学的形状が普通のものであれば、許容破壊確率の各部材への分担率は、ほぼその幾何学的形状で決り、Switzkyの方法を用いるための初期近似値の良い値となる。

(7) 11部材からなるトラスにおいては、破壊基準関数が非線形となるため、破壊確率との対応が良い安全性指標  $\beta_F$  が用いられた。

(8) 強度の算定の不確定要因を考慮する変動係数が、重量に及ぼす影響は大きいと言えるが、強度および断面積の変動係数が重量に及ぼす影響は、本研究で用いたトラスでは小さい。

(9) 許容破壊確率を1オーダー上げることによる重量に及ぼす影響はそれほどでもないことから、構造物の破壊が社会に及ぼす損失を考慮に入れると、安全性と経済性を考える場合、許容破壊確率の大きさが前述のように、設計の重要な要素となる。

#### 参考文献

- 1) 小山, 長: 最適設計設計における計算の効率化に関する研究, 土木学会論文報告集, 第297号, pp.1~9, 1980年5月.
- 2) 大久保禎二: トラス構造物の最適設計法に関する研究, 土木学会論文報告集, 第177号, pp.9~19, 1970年5月.
- 3) 山田, 古川: 長大つり橋タワーピア系の耐震設計における最適化手法の応用, 第5回日本地震工学シンポジウム講演集, pp. 1233~1240, 1978年11月.
- 4) 山田, 古川: 最適化手法を用いた長大つり橋タワーピア系の耐震設計, 土木学会論文報告集, 第281号, pp.17~27, 1979年1月.

- 5) Farshi, B. and Schmit, L.A : Minimum Weight Design of Stress Limited Trusses, ASCE, No.ST1, pp.97 ~107, 1974.
- 6) Ishikawa, N : Iterative Optimal Plastic Design of Steel Frames, JSCE, No.237, pp. 109 ~119, 1975.
- 7) Kirsh, U. : Multilevel Approach to Optimum Structural Design, ASCE, No.ST4, pp. 957 ~973, 1975.
- 8) Kirsh, U. : Decomposition in Optimum Structural Design, ASCE, No.ST1, pp.85 ~ 100, 1979.
- 9) 長 尚 : 変断面連続ばりの最適設計, 土木学会第 29 回年次学術講演会概要集, 1974年.
- 10) 土木学会編 : 土木工学における数値解析/計画手法編, サイエンス社, p. 87, 1974 年.
- 11) 長 尚 : 最適設計に用いる線形計画法の改良, 土木学会第 25 回年次学術講演会概要集, 1970.
- 12) 長 尚 : 構造物の最適設計, 朝倉書店, p. 28 ~32, 1971.
- 13) 小山, 長 : 最適設計における計算の効率化について, 土木学会中部支部昭和 51 年度研究発表会, 1977 年 1月.
- 14) 小山, 長 : 最適化計算の効率化, 土木学会第 32 回年次学術講演会概要集, I-145, 1977.
- 15) 坂本, 前田, 林 : SLP による最適構造設計法の実用化に関する研究, 土木学会第 32 回年次学術講演会概要集, I-335, 1981 年 10 月.
- 16) Switzky, H. : Minimum Weight Design with Structural Reliability, AIAA, 5th Annual Structures and Materials Conference, pp.316 ~322, 1964.
- 17) Moses, F. and Kinser, D.E. : Optimum Structural Design with Failure Probability Constraint, AIAA, No.6, pp.1152 ~1158, 1967.
- 18) Hilton, H.H. and Feigen, M. : Minimum Weight Analysis Based on Structural Reliability, Journal of the Aerospace Sciences, pp.641~652, Sept., 1960.
- 19) Mau, S. and Sextsmith, R. : Minimum Expected Cost Optimization, ASCE, No.ST9, pp. 2043~2058, 1972.
- 20) 土木学会編 : 構造物の安全性・信頼性, pp.50 ~ 51, 昭和 51 年 10 月.

- 21) 長, 小山, 庭野: トラスの破壊確率の一計算方法, 土木学会中部支部昭和 56 年度研究発表会概要集, 1-7, 昭和 56 年 2 月.
- 22) 庭野 隆: 土木構造物の信頼性解析に関する研究, 信州大学工学部工学研究科修士論文, 昭和 57 年 3 月.
- 23) 長 尚: 安全性指標に関する若干の考察, 土木学会論文報告集, 第 324 号, pp. 221 ~ 230, 1982 年 8 月.
- 24) 長, 小山: 安全性指標  $\beta$  に関する若干の考察, 土木学会中部支部昭和 55 年度研究発表会概要集, 1-8, 昭和 55 年 2 月.

## 第7章 経済性の問題に対するエントロピー理論の応用<sup>1), 27)</sup>

### 7. 1 概説

土木構造物の設計に関しては、その安全性の確保のために、(a) 破壊の確率を対象としたレベルⅢの設計法、(b) 破壊の確率を計算する煩雑さを避けるための一手法として用いられてきた、Cornell<sup>2)</sup>らの提案になるレベルⅡの設計法および、(c) 通常はある程度確率論に基づいた、荷重係数設計法とそれとほぼ等価な設計法である、レベルⅠの設計法等がある。

一方、経済性については、設計の実務において、例えばコンクリート断面の場合の有効高さを決める場合に経済性を考慮するといったような議論にとどまらず、確率論に立脚した理論の下での設計法に関連させて議論しようとするものがある。総費用最小化原則によって最適安全性レベルを求め、構造物の経済性を議論しようとする設計の考え方がその代表的なものである。

しかしながら、構造物の安全性および経済性の問題は、従来から取り扱われているような、例えば破壊の確率  $P_F$  (その逆の信頼度  $P_L = 1 - P_F$ ) もしくは、代表的には Hasofer - Lind<sup>3)</sup>らの提案になる安全性指標  $\beta_{H/L}$  のような、いわば単一の評価尺度を持つ量のみで論じられるものとは思われない。現在の研究の立場からは、もっとより幅のある研究段階へと進歩してきているように思える。それらは、構造物の設計の中で、例えば設計者 (= 人間) の経験、直感および好みといった、設計の中のある種の判断の入る部分において、曖昧な判断が入り込むことを認めようとする点にその主眼がある。従って、そのような曖昧な判断材料によって決ってくる、確率論にのらない部分が入り込む点を認め、その結果としての、構造物全体が有する機能 (供用性、使用性、美観) 及び強度等が、果して設計者の意図する通りであるかどうかといった、構造物の持つ曖昧な部分を、ある程度定量化し、安全性および経済性を論じようとするものであるといえる。

このような立場からは、例えば破壊の確率あるいは安全性指標のみでの議論では不十分であることは、多くのこの分野での研究者達が十分理解しているところである。



その理由としては、この破壊の確率、安全性指標を何等かの方法で求める上で、確率論にうまくのり易い部分だけを対象として求めているのが現状であると思われ、従って、上述の意図に合わない。しかしながら、構造物あるいは構造システムの設計と言うような、人間（＝設計者）の判断が入るような領域においては、例えば強度の評価あるいは荷重作用の評価等の、確率論にのり易い部分以外のものについては、その定量化が非常に困難になってくる点もまた事実である。つまり、確率量として明確に処理できない、曖昧さといった量の評価が、現状の安全性の評価の中では、万人に十分説得力のある方法で処理されているとは思われない。しかもそれらの量が、構造物あるいは構造システム全体の安全性ひいては経済性に及ぼす影響は、かなりの部分を占めているに違いない。

このような曖昧さ（人間の主観、判断等に帰因する）をある程度定量的に処理して、確率論を基礎とした信頼性解析に組み込んで、構造物の持つ安全性あるいは経済性を評価してゆこうとする場合の研究に用いられる学問に、ファジィ理論（Fuzzy set theory）がある。ファジィ理論は、Zadeh<sup>4)</sup>によりその初期の論文がみられる。簡潔にこの理論を説明することは、なかなか困難ではあるが、以下のように言えると思われる。つまり、ファジィ理論は、ファジィ集合論に立脚した理論であり、ランダムネス（その生起する状態は曖昧であっても、それが生起すると、その曖昧さは消えるもの）と、ファジィネス（曖昧さが、事象の生起によっても依然として残るか、その事象の生起することさえも曖昧なもの）とを明確に分離している。集合論的に言えば、集合にある事象が属しているかどうか（境界）がはっきりしないものを、定量的に処理しようとする理論であると言える。この理論を適用して、安全性および経済性の評価の、よくわからない部分を埋めてゆこうとする研究も、最近では数多くみられるようになっている<sup>5)～8)</sup>。

しかしながらこのファジィ理論をもってしても、結局のところ例えば帰属度関数（membership function）といった、ファジィさを定量的に表そうとする部分で、人間の判断が入ってきてしまうこと、またこの関数をより便利な形で、設計において説明し易いように決定してしまい勝ちな点があるのではないかという事についても指摘されるようになってきている。このことは、ファジィ理論を研究する研究者達が十分に胆に銘じておかなければならない、またより発展的な批判<sup>9)</sup>として受け止めるべき点であるように思われる。

なお、この帰属度関数の決定に、人間の主観が入るのは当然の事であって、その主観に基づ

く情報をどのように、その決定に取り込むかという方法論の方にこそ、解決されなければならない問題点があるのだとの主張もある。

以上のように、このような、人間の主観、判断に基づく曖昧さの取り扱いの方法、その掴まえ方、またその定量化の方法は、現在の研究をもってしても非常に難しいことを認めざるを得ない。今後のこの分野での重要な研究テーマの一つとなるであろう。

一方、このような人間の主観または判断に帰因する、よくわからない曖昧さといった量を、そのままよくわからないものとして考慮してゆこうとする考え方がある。それは、エントロピー論的なアプローチあるいは、ファジィ理論とその組合せによるアプローチの方法であると言える<sup>10),11),12)</sup>。

このアプローチは、人間の主観、判断等に帰因する曖昧さを形づくる個々の要因が生起する頻度は等しく全くでたらめに分布している、つまり曖昧さのエントロピーが最大となるように、確率的に分布しているものと考えようとするものである。

設計という観点に立つと、人間の主観、判断も含めてそれは曖昧さのエントロピーを最小にするような作業であることには疑問の余地がないように思われる。その理由は次のようなものである。すなわち、構造体あるいは構造システムに生じる、過去においては理解不可能な現象 (objectively unknown phenomena)<sup>13)</sup> 等も、現在までの研究および計算機等の発達と共に、ある部分では解明されるようになってきている。つまり、安全性だけの点について言えば、ある理解不可能な現象によって破壊が生じた場合には、それを研究し解析し、再び同じことで破壊が生じないようにするという、安全性に関するフィード・バック・システムの中で解明されているのである。

このように解明できた現象の部分については、設計のルーチン (design code) に取り入れ、使用材料を指定したり、設計法を改善したりすることで、その安全性を確保したり、その結果としての安全率を小さく (あるいは大きく) する事で、その経済性を改善してきているという歴史的事実がある。これはとりもなおさず、曖昧さを取り除く、つまり曖昧さのエントロピーを小さくしていることである。

しかしながら、このような曖昧さはこれらだけによって全て取り除かれ得るのか、曖昧さのエントロピーを0にすることができるのか? この疑問に対する答は否であろう。研究の進歩あるいは方法論の確立等によって改善されることで取り除かれた曖昧さ以外の、まだ厳然とし

て残る、人間（＝設計者）の主観、判断といった曖昧さに対して、上記のような考え方をって処理してゆこうとするものである。

本研究では、このエントロピー論的なアプローチによって、特に経済性の観点からの構造物あるいは構造システムの、期待総建設費用の、破壊に対する期待総損失費用の最適配分比率の決定法を、後述するような設計条件の下に、エントロピー最大化手法によって提案しようとするものである。

## 7. 2 エントロピー最大化手法

### 7. 2. 1 あいまいさの尺度としてのエントロピー

本来エントロピー（Entropy）なる言葉は、熱力学の分野における熱力学の第2法則を説明するために、1865年ドイツの物理学者のクラウジウス（Clausius）によって初めて導入されたと言われている。その後、この第2法則を、統計力学的にマクロな現象としての説明に  $S = k \ln W$  なる式で表現したのはボルツマン（Boltzmann）の1877年の論文「熱力学の第2法則と、熱平衡の定理に関する確率計算との間の関係について」という論文である<sup>14)</sup>。この式によって、熱のようなマクロな現象を、非常に理解し易い形で説明できるようにしたこと、は、自然科学史の中でも最も重要な発見であったと言われている。このエントロピーという量は、一般的には、マクロな状態での曖昧さ（無秩序さ）の尺度を与えるものであるという考え方がある。

一方、このエントロピーなる量が、情報という概念と初めて結びつけて考えられる様になったのは、チラード（Szilard - 1929）の仕事によると言われ<sup>14)</sup>、また情報理論の中に取り込んだのは、シャノン（Shannon - 1948）<sup>15)</sup>によると言われている<sup>16)</sup>。シャノンは、確率分布、

$$p = (p_1, p_2, \dots, p_n) \quad , \quad p_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (7.1)$$

$$\sum p_i = 1 \quad , \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (7.2)$$

の関数、

$$H(p_1, p_2, \dots, p_n) = - \sum_i p_i \ln p_i \quad (7.3)$$

をエントロピーと名づけた<sup>16)</sup>。この式(7.3)の意味するものは、ある確率分布に従って生起する状態の曖昧さ(不確かさの量)を  $-\ln p_i$  とすると、その生起する状態の曖昧さの平均量  $-\sum_i p_i \ln p_i$  がエントロピーであると定義したものである。

式(7.2), (7.3)を利用して、ラグランジュ未定乗数 $\lambda$ を導入して、

$$\frac{\partial}{\partial p_i} [H + \lambda (1 - p_1 - p_2 - \dots - p_n)] = 0 \quad (7.4)$$

から、式(7.3)の最大となる条件がわかる。式(7.4)によると、

$$p_1 = p_2 = \dots = p_n = 1/n \quad (7.5)$$

の場合に、式(7.3)が最大(曖昧さのエントロピーが最大)となることがわかる。このことは、すでに述べたように、曖昧さの生起する頻度が等しく全くでてらめに分布していることを意味するものである。なお、シャノンのエントロピーについては、いくつかの代表的な性質があるが、本研究の興味の対象ではなくまた何処でも手短に参照できるので、ここではあえて説明を付けないことにした。

以上のようにエントロピーなる量が、現象あるいは状態の曖昧さを定量的(相対的な意味)に表現できる一つの物理量である以上、社会現象における種々な無秩序さあるいは曖昧さを評価し得る道具として有用な事は理解出来るであろう。

本研究では、社会現象の中でも特に設計という現象を、本来的な意味で、経済活動の一環として捉え、設計者(=人間)の持っている安全性に対する費用配分の、漠然とした判断の曖昧さを、このエントロピーなる量で評価しようとするものである。

#### 7.2.2 設計におけるあいまいさ

一般に設計なる作業は、例えば示方書等書かれてある文意を多義的にとられて設計されるといった曖昧さを減少させて、合目的な実体(=構造体)を作成するための資料を提供するものであるとも考えられる。この作業のためには、それぞれの分野で特有な設計ルーチンが具備されており、それに基づいて作業を進めることになる。現行における設計の多くは、上記のようなルーチンに従っての作業という意味合いが強く、設計者の創造力等が入り込むような余地はほとんど無いのが実状と考えられる。

土木構造物の多くは、公共事業であるが、その場合の設計作業を、その建設を計画した監督

官庁が実際に行うことは殆どないといっても過言ではない。現実的には、数社のコンサルタント会社に依頼して、調査および予備設計をしてもらい、監督官庁の責任者の判断で、その中の一つを採用する。採用されたコンサルタント会社はさらに詳細な設計を行い、設計図、材料表等を提出する。提出された資料をもとに、監督官庁は独自の単価表からその構造物の建設費用をあらかじめ求め、監督官庁が提示した設計図等を参考にして建設費用を算出した、請負会社(Contractor)の入札価格から判断して、その建設費用を決定するシステムが一般的である。

この場合の建設費用で重要な点は、請負会社の正当なる入札の下でという条件付で、その最低の価格が、建設費用となるという点であり、現在のわが国においては、その価格が最適価格と考えられていることである。従って、この建設費用を決定するまでのシステムの中に、構造物あるいは構造システムの安全性を確保するために一体どれ位の費用が、建設費の他に、大まかなものではあれ考慮されているかと言ったことは、全くおもてにはでてこない。設計者が漠然とではあれ、安全性に対して考慮しているであろう費用が、示方書レベルの中に埋没してしまっているのが現状であろう。一方、数少ない例ではあるが、請負会社を実施設計をさせ、その建設費用を独自の設計書に基づいて評価してもらい、競争入札によって、建設費用を決定しているシステムもあることはある。

本研究では、設計者にある程度の自由度(設計者が示方書レベルでの安全率等の判断に際する考慮に対して)を持たせる場合でかつその設計によって建造された構造物の破壊による社会的損失の責任に対してまで、その設計者側に責任を負担させるようなシステム、つまり現状の設計システムとは両極を持つような設計システムを考える。このようなシステムを考えることで、設計者の自由度が入り込む余地のあるシステムでの設計者の持つ判断の曖昧さを、現状のシステムの中に、ある程度反映して考えることが出来るものと思われる。

それでは、このようなシステムの設計の中で、一体どの部分で設計者による曖昧さが主として入り込んでくるのであろうか。それらは次のようなものが代表的なものと思なされる。

- (a) 設計ルーチン以外の設計者の、安全性、経済性等に関連した部分
- (b) 設計者の経験、実績からくる直感による部分
- (c) 設計者の創造力から生じる好みによる部分

これらの曖昧さによって、設計の結果として作成される構造物は種々の安全度合の異なるものとなると考えられるであろうが、設計者の意識的ミスあるいは思考過程における重大な過誤

等が無い場合には、社会的に受容可能という意味においても、殆どが同じ程度の安全度が確保できると期待できる（コスト・パフォーマンスはほぼ一定）。その理由としては、このようなシステムでの設計とは、経済活動の一環であり、監督官庁の予算（Budget）という観点からも、あまり他とかけ離れた設計は、長期的な見方をすれば、経済活動の競争の中で残存することが難しいと考えられるからである。以下、特に構造物の経済性の面から見た建設費用の配分モデルの問題を（a）の面から捉え、マクロな見方で処理してゆこうとするものである。

なお、以下のエントロピー・モデルの定式化の過程においては、従来の安全性指標はおもてには出てこないが、設計システムを前述のように捉えた場合、これまでのように社会的に受容可能な安全度を、構造物あるいは構造物システムが持つであろうことを前提とすることを、特に断っておく。

その理由としては、本研究中では、設計思想が仮に変化した場合にということを前提にして書いてあるが、設計思想が変化することで、その途端に従来と大きく異なる安全度を持つ構造物あるいは構造物システムが出現することは考えにくいということから、このような前提を置いても十分であると考えたからである。もしそのように安全度の大きく異なる構造物や構造物システムが出現するのであれば、それはむしろ設計思想の方をチェックする必要があると思われるからである。

### 7.2.3 従来の費用配分モデル

現実の構造物の設計における建設費用配分モデルは、通常考えられている最適費用配分モデル（総費用最小化原則によるモデル）とは事実上異なっているように思われる。通常の最適費用配分モデルは、期待建設総費用（＝期待総損失費用）として以下のようなモデルが提案されている<sup>17）～20）,25）</sup>。ただし、正確には構造物の維持管理、補修費等についても考慮すべきであるが、問題を単純化するために本研究では考慮していない。また構造物の耐用年数等に関して、システムの費用の評価額の割引等についての問題も重要な問題であるが、ここでは述べないことにする。従って、通常は以下のような単純化されたモデルとして表現される。

$$C_T = C_I + P_F \cdot C_F \quad (7.6)$$

$$P_F = \phi(-\beta) \quad (7.7)$$

ここで、 $C_T$  は期待建設総費用、 $C_I$  は構造物の建設費用、 $P_F$  は構造物の破壊確率、 $C_F$

は破壊に伴う損失費用（負の効用）， $\phi(\cdot)$  は標準正規確率分布関数， $\beta$  は構造物の安全性指標，である。

このモデルは基本的には，宝クジを買った場合の期待受け取り（支払い）金額を計算するモデルとアナログカルであるとする，即ち以下の式から導かれるものである（20）。

$$C_E = P \cdot E(\text{当り}) + (1-P) \cdot E(\text{外れ}) \quad (7.8)$$

ここで， $C_E$  は期待総受け取り費用， $E(A)$  は  $A$  という状態が生起することに対する期待費用， $P$  は  $A$  という状態が生起する確率，である。

式（7.8）で， $E(\text{当り}) = E(\text{破壊}) = -(C_I + C_F)$ ， $E(\text{外れ}) = E(\text{非破壊}) = -C_I$ ， $C_E = -C_T$  と置き換えれば，式（7.6）が得られる。しかしながら，監督官庁の予算（建設費用）という観点からみると，現実の設計においては，建設費用として問題になっているのは，前述したように初期建設費用  $C_I$  項のみでもって破壊に対しても保障しているのが実状である。破壊費用  $C_F$  は一般には評価が難しくまた別枠用の費用として予算の中に組み込まれている訳ではない。

今ある構造物を建設する場合を考えてみよう。土木構造物では公共事業である場合がほとんどであるが，その建設費用は，7.2.2で述べたように，通常は請負会社によって競争入札が行われ，その結果として決るケースがほとんどであると考えられる。ところで，一般にはこのような公共事業により建設される建造物はその性格上，社会的・経済的にみて，わが国の資本の蓄積という意味においても，その果す役割が大きくまた建設評価額もかなりのものになるのが普通であろう。従って，従来の設計において用いられている安全率で評価されたこのような構造物の安全性は，社会的に許容される安全性のレベルを持つものと考ええると，破壊の確率で表すと  $10^{-5} \sim 10^{-6}$  程度である<sup>17), 19), 21)</sup>と考えると大きな間違いではなさそうに思われる。むしろ常識的な値であろう。

式（7.6）の設計によると，もし建設費用  $C_I$  が  $10^8$  円程度だとすると， $C_F$  を仮にその10倍，つまり  $10^9$  円程度（この比を小さ過ぎると判断するかどうかは，主観が入るのではあるが，ここではかなり大きな比と判断する。つまり， $C_F$  を  $C_I$  の100倍程度と見なさなければならぬ様な場合には， $C_I$  によりウェイトを置く設計がなされるべきであるとの考えに立つからである）と評価しても，総費用  $C_T$  は  $(10^8 \text{ 円程度}) + (10^4 \sim 10^3 \text{ 円程度})$  となる。 $10^8$  円程度は純粋な建設費用に，また破壊するかも知れない事象を考慮して，

そのための保障の費用は  $10^4$  円  $\sim 10^3$  円程度だと評価していることになる。これは、破壊に対して考慮する費用  $P_F \cdot C_F$  が建設費用  $C_I$  に対して異常に小さくなっている。

建設費用に大きな費用をかけると期待される場合に、破壊の確率で  $10^{-5} \sim 10^{-6}$  程度の安全な構造物あるいは構造システムができると期待できるのであって、破壊確率で  $10^{-5} \sim 10^{-6}$  程度の保障を期待するために  $P_F \cdot C_F$  を  $C_I$  の他に用意している訳ではないのである。

式(7.6)によって、現実の設計の建設費用が決められている訳では決してなくまた、式(7.6)の持つ意味は将来において、示方書レベルでの最適な信頼性レベルを求めることにその存在意義があるとしても、費用配分の額のレベル(信頼度を金額に換算している点で)が合わなくなる。

以上のように、社会的・経済的に損害を被るであろうと考えられる部分は既に暗黙の内に建設費用  $C_I$  の中で考慮されていると考えた方が妥当であろう。従って、前記の式(7.6)の費用配分モデルは、将来採用されるかも知れない設計におけるモデルとしては十分相応しいものとは考えにくい。よって、以下に述べるような最適費用配分モデルを提案する。

#### 7.2.4 エントロピー最大化説による費用配分モデル

ここでは、7.2.2で述べたような現状の設計システムとは異なり、設計者の自由度がある程度認められておりかつ破壊に対しては、その損失は設計者側の責任であるとする設計システムにした場合を考える。このような設計システムの中で設計される構造物あるいは構造システムは、常識的な安全性(破壊の確率にして  $10^{-5} \sim 10^{-6}$  程度、安全性指標では約4.0  $\sim$  5.0程度)を持つものと仮定するが、その理由は前述の通りである。また設計者(入札者)は自己の過大なPR等をする意志がなく、従って正当な建設費用の見積りを行うことを前提とする。以上のように考えることで、前述したように、設計とは経済活動の一環であるから、あまりかけ離れた安全性あるいは経済性を持つ構造物また構造システムは作成されないだろうと考えてよい。

このような経済活動の中で、設計者は安全性を確保するために、建設費用の内で一体どれ位の部分を、漠然とではあれ、意識のうちに判断して考慮するであろうかを、大まかな意味で求める方法を以下のように提案する。

$$C_T = Q \cdot C_I + P(C_I + C_F) \rightarrow \min \quad (7.9)$$



$$H = -P \ln P - Q \ln Q \rightarrow \max \quad (7.10)$$

Subject to

$$P + Q = 1.0 \quad (7.11)$$

ここで、 $P, Q$  は設計者の漠然とした判断による費用配分率、 $C_I, C_F$  はそれぞれ非破壊および破壊を考慮した場合の全費用に占めるコスト、である。

式(7.9)の意味は、構造物あるいは構造システムの建設費に対して漠然と破壊に対しても考慮に入れた、入札等で評価されるべきコストであり、式(7.10)の意味は、設計者の経験または判断によって、構造物の重要度、地域的特性あるいは耐用年数間等の種々の要因を考慮した場合に、費用の占有率に判断の違いによって幅が生じるが、そのような幅(=あいまいさ)が広がっても、ほぼ同じ程度の安全性を有する構造物あるいは構造システムが作成されることを保証するためのものであり、式(7.11)は、配分率に対する制約条件である。

式(7.9)だけでは、なるべく $P$ の比率を小さく取ろうとするであろうが、それでは常識的な安全性は得られないであろう。また式(7.10)だけでは、 $P$ と $Q$ の比率をどのような設計条件についても同じ( $P=Q=1/2$ )に取るであろうが、それでは経済活動には勝てないであろう。ただし、公共投資は我が国の資本の蓄積であるから安全が第一であると、納税者側が認めるのであれば話は別、その場合にはかなりの税の増額が行われるかも知れない。しかしながら、一応ここでは仮説としての式(7.9)、式(7.10)が社会的一般常識の概念として受け入れられるものと仮定することにした。

以上によってこの問題は、制約条件(7.11)式のもとで、目的関数(7.9)、(7.10)式を満たす最適化問題として定式化され、 $P, Q$ はその解となる。いま、式(7.9)、式(7.10)を次のように変換する。

$$V = \frac{H}{C_T} \rightarrow \max \quad (7.12)$$

Subject to

$$P + Q = 1.0 \quad (7.13)$$

この最適問題は、ラグランジュの未定乗数 $\lambda$ を持ち込むことで、次式を解けばよいことになる。

$$\frac{\partial}{\partial P} \left\{ \frac{H}{C_T} + \lambda(P+Q-1.0) \right\} = 0 \quad (7.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial Q} \left\{ \frac{H}{C_T} + \lambda(P+Q-1.0) \right\} = 0 \quad (7.15)$$

これから,

$$\lambda = 1 / C_T \quad (7.16)$$

となり, これを式(7.14), (7.16)に代入すると解P, Qは次のように得られる。

$$P = e^{-H \frac{C_I + C_F}{C_T}} \quad (7.17)$$

$$Q = e^{-H \frac{C_I}{C_T}} \quad (7.18)$$

式(7.17)と式(7.18)のP, Qを式(7.13)に代入することにより解が求められる。

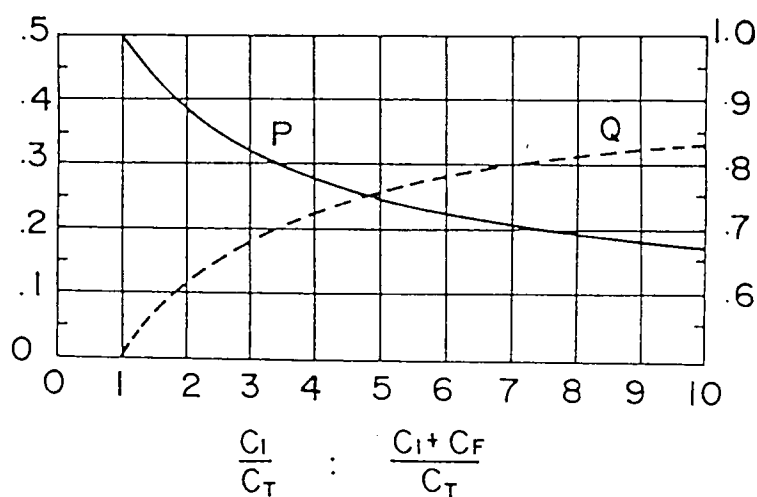


図-7.1 費用配分比率 P, Q

### 7.3 計算例

前節7.2.4で求められた $P, Q$ の解は、 $(C_I + C_F) / C_T$ と $C_I / C_T$ の比の値だけに依存し、唯一に決定されることが保証されている<sup>22)</sup>。 $(C_I + C_F) / C_T$ と $C_I / C_T$ の比の値を変化させ、費用配分率 $P, Q$ の分布を調べたのが図7.1である。この図7.1で、横座標は比の値を、縦座標は左側に $P$ の値を、右側に $Q$ の値を取ってある。また図7.2には、その配分比率に従った場合の建設総費用を取ってある。

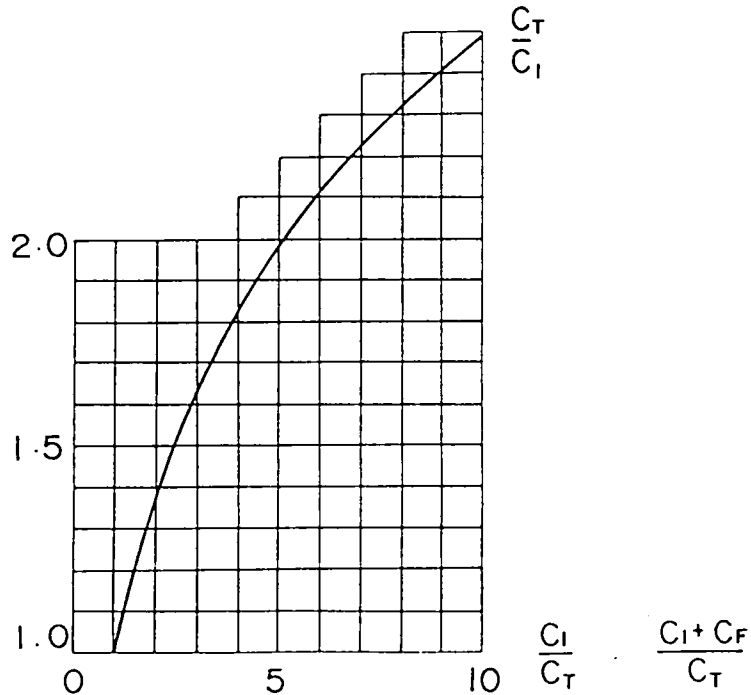


図-7.2 費用配分に対する総費用  $C_T$

これらの図から分ることは、エントロピー最大化説によった費用配分モデルから、費用配分比率 $P, Q$ は $C_I / C_T$ と $(C_I + C_F) / C_T$ の比が大きくなるに従い、設計者が破壊に対して漠然と考慮するであろう配分比率は減少するという、ごく常識の結果が得られた。これは、破壊した場合の効用の損失が大きいと思われる構造物あるいは構造システムに対しては、初期建設費用に大きくウェイトを置くことで経済的には十分最適なものになるということを示している。これは前述のように、設計という作業を経済活動の一環として見た場合、かなり妥当な説明になっているように思われる。

ところで、初期建設費 $C_I$ は、現行設計において評価されている値でもって、破壊した例は

ほとんど無い（人為的ミス等は除いて）ことから<sup>13), 23)</sup>，安全率で評価される現行設計における  $C_I$  程度の値を採用しても十分だと考えられる。また図7. 1によると，破壊した場合の損失が非常に大きい（ $(C_I + C_F) / C_T \geq 10$ ）と考えられる場合には， $C_I$  に対する配分比  $Q$  が約0. 85程度になっている。このことは，現行設計が  $C_I$  でもって，非常に稀な破壊に対する損失費用まで暗に考慮しているものとしたら， $C_I$  をもう少し，例えば5%～10%程度の費用の節約ができることを意味している。

現行の許容応力度設計法における，例えば鉄筋コンクリートはり断面等の安全性は，通常中央安全率でほぼ2. 5位である<sup>24)</sup>。この中央安全率でほぼ2. 5という値は，建設費用に対してどのような意味を持っているかを考えてみる。いま，破壊に対する終局限界状態設を簡単のために，次のように表す。

$$R - S < 0 \quad (7. 19)$$

中央安全率  $\bar{\theta}$  は，

$$\bar{\theta} = \bar{R} / \bar{S} \quad (7. 20)$$

で表される。ただし， $R, S$  はそれぞれ強度および荷重影響を表す確率変数， $\bar{R}, \bar{S}$  はその平均値である。

許容応力度設計法における強度および荷重影響の値として公称値を用いるものとする，許容応力度設計法における安全率  $f$  は以下の式で表される。

$$f = \frac{R''}{S''} \quad (7. 21)$$

ここで， $R'', S''$  はそれぞれ強度および荷重影響の公称値である。この  $R'', S''$  は一般に材料強度および荷重影響のある非超過および超過確率を勘案して決められている（許容応力度設計法ではその超過確率はおもてには出てこない）。

現行設計における強度，荷重影響の公称値が，非超過確率および超過確率を念頭において決められている保証はないのではないかといった批判もあろうがしかし，保証はないにしろ，何かによって決められていなければ，現実のような設計強度および荷重の公称値が存在することはないだろうと考えられる。従って，もしあるのならばそれは，歴史的経験あるいは統計的側面からのものであれ，現実には暗に非超過あるいは超過確率を考慮して決めたものであると考えた方が考え易いと思われる。

式(7. 20)の  $\bar{\theta}$  と式(7. 21)の  $f$  との関係は，おおよそ以下の式で表される。

$$f = \alpha \bar{\theta} \quad (\alpha \leq 1.0) \quad (7.22)$$

式(7.22)の中の $\alpha$ は、以下のようにおおまかに求められる。

いま、強度 $R$ の非超過確率が約10%程度と見込むと、 $R''$ は以下のように表される。

$$R'' = \bar{R} (1 - k_R V_R) \quad (7.23)$$

ここで、 $k_R \cong 1.28 (= \Phi(0.99))$ 、 $V_R$ は $R$ の変動係数、である。同様に、荷重影響の超過確率が約2~3%程度と見込むと、 $S''$ は以下のように表される。

$$S'' = \bar{S} (1 + k_S V_S) \quad (7.24)$$

ここで、 $k_S \cong 2.05 (= \Phi(0.02))$ 、 $V_S$ は $S$ の変動係数、である。

強度および荷重の変動係数が0.05~0.20程度のものに対して、式(7.23)、式(7.24)を用いて式(7.22)を評価すると、 $\alpha$ は代表的におおよそ0.6~0.7程度の値となる。従って、 $\bar{\theta} \cong 2.5$ に対して $f$ の値は約1.5~1.8程度の値となる。このような値は、大まかに考えて、通常の現行の許容応力度設計法に基づいて設計された構造物全体の安全性としても妥当であると言えるであろう。

建設費用の増加は、中央安全率 $\bar{\theta}$ に比例する<sup>25)</sup>、従って $f$ に比例すると考えても大して間違いはなさそうであるから、 $f = 1.0$ に比べて期待総費用は約1.5~1.8程度増加することになる。なお、Lind<sup>25)</sup>によると、初期建設費用 $C_I$ は以下のように表されている。

$$C_I = a (1 + b p) \quad (7.25)$$

ここで、 $a$ 、 $b$ は定数、 $p$ はコード・パラメタ、である。

上記文献<sup>25)</sup>によると、コード・パラメタ $p$ (例えば安全率みたいなもの)を10%増加すると、 $C_I$ は約6%増加することが述べられている。これを参考にしても、本研究における1.5~1.8程度の増加は十分近似的なものとなる。しかしながら、文献<sup>25)</sup>においても、 $b$ の評価は難しいこともあって、必ずしも妥当な値とは言えない場合もあることも断っておく。

現行の設計システムは、本研究で考えられている設計システムとは異なっているが、もし仮にこのような設計システムが、現行設計での設計者の安全性に対する費用配分の判断の曖昧さのある程度定量化をするための判断材料となると考えると、前述のことは次のように説明できる。図7.2からみると、 $C_I / C_T$ と $(C_I + C_F) / C_T$ の比が、 $C_T / C_I$ の1.5~1.8に対して約2.5~4.0程度となる。これは、 $C_F$ の値が $C_I$ の約1.5~3.0倍

程度だと、設計者は暗に判断していることになっている。それに対する費用の配分比は、約70%：約30%前後とみることができる。

以上、非常に大ざっぱに現象面を捉えて考察してきたが、現状の設計の大まかな費用配分の値が、本研究で考えた設計システムに照らすことで説明できるように思われる。本研究の成果を、実用設計に供するのにはまだ程遠いとは言え、設計者（＝人間）の判断がある程度自由に入り込める設計システムに対しては、構造物の中央安全率のおおよその値を知ること、建設費用との関連で、漠然と金額に対してどれ程を、安全（あるいは危険）に対して考慮しているかが推定できた。

以上のように、本研究では、破壊損失費用に対する総建設費用の比をパラメタにして論じてきた。現在のところ、破壊費用  $C_F$  をそのまま評価するのは非常に困難であることは認めざるを得ない。将来  $C_F$  が評価され得るかの疑問についても、工学の分野以外での別な観点に立った新しい見方をしてゆく必要があるように思われてならない。現状ではいくらこの方面の研究が進展しても、 $C_F$  の評価はされ得ないと、やや断定的ではあるが、言い切らざるを得ないように思われる。この点に関しては、今後大いに研究する必要があるであろう。

#### 7. 4 計量経済学におけるロジット・モデルとの関連性について

設計者が漠然と考えているであろう費用配分比  $P$ ,  $Q$  の分布は、7. 2. 4 で求めたように、式 (7. 17), (7. 18) で表される。ここでは、この式 (7. 17), (7. 18) の持つ意味を、計量経済学の分野で、質の選択をする場合の経済モデルとなっている、ロジット・モデル (Logistic model) と関連させて考えてみる。

式 (7. 17), (7. 18) から以下の式が導かれる。

$$\frac{P}{Q} = e^Z \quad (7. 26)$$

ここで、

$$Z = -H \frac{C_F}{C_T} \quad (7. 27)$$

である。式 (7. 26) の両辺の対数をとると、

$$Z = \ln \left( \frac{P}{1-P} \right) \quad (7. 28)$$

が得られる。この式 (7. 28) は、とりもなおさずロジット・モデルと同じ形をした式となっている<sup>26)</sup>。

計量経済学でのロジット・モデルの持つもともとの意味は、二つ以上の質の選択に関連する場合のモデルに対して、サーベイ・データから回帰式のパラメータを推定する場合のモデルの一つであり、ある情報 $Z$ を与えられた場合に、個人がある選択をする確率が $P$ であることを示すことを表すモデルである。

以上のことから、出発点が一方はエントロピー最大化手法によって求められた配分比率の解が、計量経済学における、累積ロジスティック確率関数に基づいて定式化されたロジット・モデル、

$$P = \frac{1}{1 + e^{-Z}} \quad (7.29)$$

に一致することを示している。このことは、構造物あるいは構造システムの設計という人間の判断がある程度入る作業では、実は経済活動における個人の、二つ以上の質の選択（例えば交通手段として、ジェットにするか、国鉄を利用するかあるいは船にするかといったもの）と同等なものと、結果的にはいることを示しており、非常に興味深いものがある。

## 7.5 まとめ

本研究は、構造設計問題の中で主として経済性の問題に主眼をおいた、建設費用の最適配分問題を、エントロピー最大化手法による簡単なエントロピー・モデルにより定式化ことを提案した。またこのモデルによる解を、現行の許容応力度設計の安全率に関連させて考慮した。本研究を要約すると次のようになる。

(1) 土木構造物の設計に内在する設計者の建設費用の配分に対する判断の曖昧さを、エントロピーを尺度にして評価し、経済活動の一環として、マクロな現象面から捉えた。

(2) それによると、本研究で考えられた設計システムからの反映として、現行の許容応力度設計法が持っている大まかな安全性（社会的に受容されていると思われる安全性で、破壊確率にして $10^{-5} \sim 10^{-6}$ 程度）に対して、設計者がどの程度、漠然とではあれ、費用配分で考慮しているかを、簡単なエントロピー・モデルを通して推定した。

(3) 建設総費用に占める破壊に対する費用は、従来の費用配分モデル（総費用最小化の原則によるモデル）では十分うまく説明できない部分があるが、本文のようなエントロピー・モデルを採用することによって、その占める割合が、現行の許容応力度設計法に照らし合せても、

大体のところ妥当ではないかと思われる配分率になっている点を、指摘することができた。

(4) 破壊費用  $C_F$  自体を評価するのは、現在の研究段階では困難であるが、総費用に対する比として大まかな値をつかまえることで、最適な費用配分が可能となることが示された。

(5) 設計書に基づいて建造される構造体のようなものは、一種のマクロな状態とみなし得る。このようなマクロな現象をエントロピーを尺度として論ずることは、今後この方面で必要となり意味のある研究テーマであるように思われる。その理由は、例えば土木構造物のようなものは、客観的に理解不可能な現象があるにしろ、現実には物を作ってゆかねばならないことがあり、その様な種々な現象に対して大ざっぱではあれ、経済性等を評価し対応してゆく必要があるからである。

#### 参考文献

- 1) K.Koyama, Y.Yamada: Cost Apportionment Model using Maximum Entropy Method, Probability and Statistics in Engineering R & D .
- 2) Cornell, C. A. : Structural Safety Specifications Based on Second - Moment Reliability Analysis, Final Report., IABSE Symp. on Concepts of Safety and Method of Design, pp. 235 ~246, 1969.
- 3) Hasofer, A.M. and Lind, N.C. : Exact and Invariant Second - Moment Code Format, ASCE, Vol.100, No. EM1, pp. 111 ~121, 1974.
- 4) Zadeh, L.A. : Fuzzy Sets, Information and Control, Vol.8, pp.855 ~872, 1979.
- 5) Brown, C.B. : A Fuzzy Safety Measure, ASCE, No. EM5, pp.855 ~872, 1979.
- 6) Yao, J.T.P. : Damage Assessment of Existing Structures, ASCE, No. EM4, pp. 785 ~ 798, 1980.
- 7) Ditlevsen, O. : Formal and Real Structural Safety. Influence of Gross Errors, IABSE, Proceedings P - 36/80, Nov., 1980.
- 8) 白石, 古田, 池島: 信頼性解析法へのファジィ理論の適用に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第 325号, pp. 1 ~10, 1982年 9月.
- 9) 杉山, 酒井, 伊藤: 構造物の安全性評価へのファジィ理論の応用について, 第 36 回土



木学会年次学術講演会概要集, I — 327 , 1981.

- 10) Brown, C.B. : Entropy constructed Probabilities, ASCE, No. EM4, pp. 663~640, 1980
- 11) Brown, C.B. : The Merging of Fuzzy and Crisp Information, ASCE, No. EM 1.  
pp. 123 ~ 133, 1980.
- 12) 小山 健 : 荷重係数決定法のエントロピー論的アプローチに関する研究, 第 35 回土木  
学会年次学術講演会概要集, I — 327 , 1980.
- 13) Matousek, M. : A System for a Detailed Analysis of Structural Failures, 3rd.  
Intl. Conference on Structural Safety and Reliability, pp. 535~544, 1981.
- 14) 寺本 英 : エネルギーとエントロピー, 化学モノグラフ 25, 化学同人, 1973.
- 15) Shannon, C. E. : A mathematical theory of Communication, Bell Syst. Tech.  
Jour., Vol. 27, pp. 379~423 ( Part I ), pp. 623~656 ( Part II ), 1948.
- 16) 有本 卓 : 確率・情報・エントロピー, 森北出版, 1980.
- 17) 土木学会編 : 構造物の安全性・信頼性, pp. 52 ~ 53, 昭和 51 年 10 月.
- 18) 藤野陽三 : 確率論に基づく安全性照査法と構造設計, 土木学会誌, 1978 年 2 月.
- 19) 伊藤 学 : 構造設計における安全性の規範, 土木学会誌, pp. 35 ~ 43, 1975 年 8 月.
- 20) Mau, S., Sexsmith, R.G. : Minimum Expected Cost Optimization, ASCE, No. ST9, 1972.
- 21) 都甲泰正 : 原子力の安全評価における不確実問題, 土木計画学シンポジウム, 1980.
- 22) 例えば国沢清典 : エントロピー・モデル, 日科技連, 1975 年.
- 23) Blockley, D. : The nature of Structural Design and Safety, Ellis Horwood  
Limited, 198.
- 24) 長, 小山 : 土木構造物の安全性に影響を及ぼす要因に関する若干の考察, 第 37 回土木  
学会年次学術講演会概要集, I — 43 , 1982 年.
- 25) Lind, N. C. : Approximate Analysis and Economics of Structures, ASCE, No. ST6  
, pp. 1177~1195, 1976.
- 26) Pindyck, R. S., Rubinfeld, D. L., (金子敬生監訳) : 計量経済学 (上), マグロウ  
ヒル好学社, 1981.
- 27) 小山 健 : 構造設計問題へのエントロピー理論の適用に関する基礎的研究, 土木学会論  
文報告集, 第 337 号, 1983 年 9 月.

## 第8章 結 論

土木構造物のそのほとんどが、公共投資として建造されて、わが国の社会資本の蓄積として、その使命を有している。従って、安全性と経済性が要求されるのは、当然のことである。本研究は、土木構造物の安全性の確保と、経済性の追求という、相反する課題を取り上げ、設計の合理化を目指したものである。

以上の観点から、第2章においては、代表的と思われる設計法を取り上げ、その設計思想および安全度の確保の仕方およびその問題点について述べた。その中で、特に安全度の確保における問題について述べると以下のようなものである。まず、許容応力度設計法は、安全率で安全度を確保しようとしているが、強度および荷重の変動性を的確に考慮することはできない。従って、個々の構造物で必ずしも、同じレベルの安全度が確保されているとは言い難い。しかしながら、過去から現在までの長い実績のある設計法である点も見逃せない。

一方、終局強度設計法は、許容応力度設計法より安全度の確保に対しては、ある程度の合理化ができています。すなわち、材料の塑性的性質が考慮されている点および、強度および荷重の変動性または荷重の組合せの不確実性を、強度（逡減）係数、荷重係数の値を適当に変化させることで、ある程度設計に反映できるという点で、許容応力度設計法より勝れている。しかしながら、これら強度（逡減）係数および荷重係数には、許容応力度設計法の場合の安全率について指摘したような問題点が、基本的には依然として残る。

このように、許容応力度設計法および終局強度設計法は、強度、荷重の変動に対する不確実性の考慮を、その設計の本質的な思想に取り込んでいる訳ではない。このような不確実性を、強度の特性値あるいは荷重の特性値といったもので、設計の中に取り込もうとする設計法が、限界状態設計法である。この特性値を決めるための根拠として、確率・統計論的な側面が、設計思想の中に入り込んでいる点で、他の2つの設計思想と大きく異なる。また、設計において種々のきめ細かな限界状態が設定できる他、鉄とコンクリートといった異種材料に対する安全

性を、部分安全係数で別個に分離して考慮できる点で、他の設計法に比べて勝れているが、特性値をどれ位のレベルにするかが、難しい問題（現在では、5%超過確率あるいは非超過確率とすることが多い）である。また、部分安全係数も、その数値の理論的根拠は必ずしもないという問題点もある。

そこで、構造物の安全性を、破壊の確率といった、より厳密な尺度で確保しようとする設計思想が、信頼性理論に基づいた設計思想である。

第3章では、信頼性理論において良く用いられている確率分布である、ワイブル分布、ベータ分布、グンベル分布（極値Ⅰ型分布）、対数正規分布について、平均値 0、分散 1 の標準化変数を用いて表現し、各確率分布の特徴を統一的に評価した。こうすることによって、正規分布との比較が容易にできると考えたからである。本研究によって得られた各確率分布の標準化変数で表現した場合の、正規確率表と同様な、使用に便利と思われる表および図が示されている。さらに、第2章で述べた、限界状態設計法における特性値について考察した。それによると、特性値を定義する確率のレベルが高く、5%のような場合、確率分布の違いは、特性値にあまり影響しない点を指摘した。

破壊確率を安全性の尺度とする信頼性設計は、前述のような確率分布を対象に設計を行う。従って、安全度の確保の点からは極めて勝れているものではあるが、分布の決定のための統計データ（荷重、強度等の）が不足している。また、土木構造物のような複雑な構造物は、もし分布が決定されたとしても、破壊確率を求めることは、一般に非常に困難である。この点で、設計の究極の目的の一つである、安全性の確保の合理化の点で勝れているが、実状の設計には合わなく、極言すれば、机上の空論（academic）なものになる傾向がある。この点をより現実の設計に近づけるものとして生みだされた手法が、Cornell の提案になる、2次モーメント安全性指標による設計手法である。この手法は、データの不足等による、確率分布の決定が困難である以上、分布にこだわらずに、安全性の評価を、平均値と分散を用いて行おうとするところにある。

第4章では、この2次モーメント安全性指標が、安全性確保のための有効な尺度となり得るかについて概説して、その問題点を述べるとともに、Hasofer と Lind によって定義された安全性指標について、安全性の尺度としてその有効性を述べた。

第4章で得られた結論を要約すると、以下のようになる。すなわち、すでに指摘されている

通り、2次モーメント安全性指標では、破壊確率との対応が一般に悪く、安全性確保のための有効な尺度とはなり得ない場合があるが、Hasofer と Lind の定義による安全性指標は、分布が正規あるいは対数正規分布の場合には、破壊確率との対応も良く、一般に有効な安全性確保のための尺度となっている。従って、このようにできることなら、破壊確率との対応が良い安全性指標を用いれば、信頼性理論に基づいた荷重係数設計法における荷重係数の決定また限界状態設計法における部分安全係数の決定に際して、合理的な安全性の確保のための理論的根拠を与えるとともに、安全性に対して有効な尺度となる。

この安全性指標を用いて、鉄筋コンクリート長方形はり断面の常時の終局限界状態を対象として、許容応力度設計法から、限界状態設計法への移行に際して必要となる、前述の部分安全係数の決定の問題を第5章で取り上げた。そこでは、現行の許容応力度設計法の平均的な安全レベルに新しい設計法の安全レベルを合せて、これらの係数を求めること、つまりコード・キャリブレーションを行った。第5章で得られた主な結論を要約すると以下のようになる。

(1) 土木学会で現在検討が進められている、鉄筋コンクリート構造物の限界状態設計法の設計指針の素案に基づいて、常時(死荷重+活荷重)の限界状態設計フォーマットについてのコード・キャリブレーションを行い、典型的と思われる二つのモデル(道路、鉄道)を設定し、部分安全係数を求めた。

(2) 二つのモデルの現行の安全性レベルはかなり異なっており、両者の性格の違い(破壊時の社会経済的影響など)のため、安全の確保上要求されるレベルの差をはるかに超えているように思われる。このことは、現行の許容応力度設計法の不合理を数量的に示している。

(3) 現行の許容応力度設計法から限界状態設計法に移行すると、安全度のばらつきの範囲は小さくなることがわかった。

以上のような結論が得られたが、第5章での取り扱いには、種々な問題点も残ることを述べた。しかしながら、限界状態設計法への移行により、これまで不合理に扱われてきた安全性の問題が、一部改善されることは間違いないであろう。従って、このようなメリットを生かす上でも、経済性への配慮も含めて十分議論を行ってから、新しい設計法への移行はなされるべきであろう。

本研究では、以上のような安全性の問題の他に、経済性の追求の問題が研究課題となっている。この問題を、第6章では最適設計における計算容量および計算時間の短縮を図るための、

計算の効率化の問題として捉え、その手法を提案した。また安全性との関連から、Switzkyの方法による、信頼性（破壊確率）を制約条件とした静定トラスの最小重量設計を行った。

一般に、土木構造物は複雑で、第6章でも述べたように、制約条件の数および設計変数の数が多くなる。従って、経済性を目指す試みで用いられる土木構造物の最適設計では、計算容量および計算時間共に増大する。そこで、最適設計を実用に供するためには、これらを減少、短縮することが、経済性に通じるために必要な条件であると考えた。また、信頼性を制約条件とする最適設計は、安全性、経済性を考える場合に避けて通れない設計思想である。第6章で得られた結論を要約すると次のようになる。

(1) 最適設計々算の効率向上を図る手法として、変数変換による変数制約条件式の集約法と、近似的な判別式による制約条件式の棄却法とが提案され、計算例を通して、計算容量の減少および計算時間の短縮の効果が調べられたが、その効果は顕著であった。

(2) 近似的な判別式を用いることによる、解の発散もしくは振動のような現象は、本計算例では起らなかった。

(3) 連続トラスの最適設計の方法として、Schmitらの提案した方法を拡張修正して用いた。

(4) 信頼性を制約条件にしたトラスでは、強度の算定の不確定要因を考慮する変動係数が、重量に及ぼす影響は、本計算例で用いトラスでは、大きいといえる。

(5) 安全性と経済性を考慮する尺度である許容破壊確率のレベルの設定が、構造物の破壊が社会に及ぼす影響を考慮すると、総費用最小化の原理から考えても設計の重要な要素となる。

本研究では以上のように、安全性、経済性の問題を、破壊の確率もしくは安全性指標といったいわば単一の評価尺度を持つ量で論じてきたが、このような量だけで全ての安全性、経済性が確保されるとは思われない。

第7章では、設計者（＝人間）の主として判断が入る部分で、従来の総費用最小化の原則に基づく、構造物の破壊をも含めた費用配分の問題を、簡単なエントロピー・モデルとして提案し、その有効性を論じた。人間の主観（判断、直感、経験、好み等）が入る部分の、設計に対する定式化は、極めて困難なことであるが、本研究ではその基礎的資料を提供するものであると確信している。第7章で得られた結論を要約すると以下のようになる。

(1) 総費用最小化の原則に基づく費用配分モデルをエントロピー・モデルとして設計者の判断が総費用に及ぼす影響および破壊に対して設計者が漠然と考慮するであろう費用配分比率を

求めた。

(2) 従来の費用配分モデルではうまく説明できない費用配分の部分を、本研究で論じたエントロピー・モデルを用いることで説明できることを指摘した。

(3) 設計活動を経済活動の一環とするマクロな捉え方をし、計量経済学におけるロジット・モデルとの関係を論じた。

以上のように、本研究では土木構造物の安全性・経済性といった、研究課題の範囲の広さ、深さ、難しさが混在する問題を取り上げて論じてきた。従って、これらの問題の総てに対して処理がうまくできたかどうかは、はなはだ疑わしい。むしろ本研究では、この課題のうちのほんの狭い、浅い部分について、困難さを避けて通ってきたと言っても過言ではない。従って、研究課題として残る部分は数多くある。構造物の安全性に関連しては、確率分布の同定のための統計データの収集および人間の主観が入る部分の設計への定量化等がその大きな課題の一つとなろう。また、経済性の問題に関連しては、土木構造物あるいは構造システム全体の、異なる時点での評価額と安全性指標との関係、リグレット (regret) とレリーフ (relief) 比基準による決定問題の経済性への応用等、筆者にとって興味深い課題が残っているが、本研究では論じられなかった。今後の研究課題としたい。

## 謝辞

この論文は、著者が信州大学工学部において助手として研究中の成果をとりまとめたものである。この間、終始暖かい御指導と御鞭撻を賜るとともにまた、研究を辛抱強く見守って頂いた京都大学工学部山田善一教授ならびに信州大学工学部 長 尚教授には深甚なる謝意を表します。長教授には信州大学において研究の何たるかをお教え頂いた。さらに、本論文をとりまとめるにあたり御指導下さいました、京都大学工学部家村浩和助教授に心から感謝致します。また、この間多くの御討議を頂いた京都大学工学部古田 均助手に厚く御礼申し上げます。最後に、信州大学工学部土木工学科教室ならびにコンクリート工学研究室に関係の皆様にもまた、著者をとりまく多くの友人に心から感謝致します。

付 録

付表—1 ワイブル分布の累積分布関数値  $p$  に対する標準化変数  $u_W$  ( $\lambda = 1$ )

$p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	-1.0000	-0.9990	-0.9980	-0.9970	-0.9960	-0.9950	-0.9940	-0.9930	-0.9920	-0.9910
0.0	-1.0000	-0.9899	-0.9798	-0.9695	-0.9592	-0.9487	-0.9381	-0.9274	-0.9166	-0.9057
0.1	-0.8946	-0.8835	-0.8722	-0.8607	-0.8492	-0.8375	-0.8256	-0.8137	-0.8015	-0.7893
0.2	-0.7769	-0.7643	-0.7515	-0.7386	-0.7256	-0.7123	-0.6989	-0.6853	-0.6715	-0.6575
0.3	-0.6433	-0.6289	-0.6143	-0.5995	-0.5845	-0.5692	-0.5537	-0.5380	-0.5220	-0.5057
0.4	-0.4892	-0.4724	-0.4553	-0.4379	-0.4202	-0.4022	-0.3838	-0.3651	-0.3461	-0.3267
0.5	-0.3069	-0.2866	-0.2660	-0.2450	-0.2235	-0.2015	-0.1790	-0.1560	-0.1325	-0.1084
0.6	-0.0837	-0.0584	-0.0324	-0.0057	0.0217	0.0498	0.0786	0.1087	0.1394	0.1712
0.7	0.2040	0.2379	0.2730	0.3093	0.3471	0.3863	0.4271	0.4697	0.5141	0.5606
0.8	0.6094	0.6607	0.7148	0.7720	0.8326	0.8971	0.9661	1.0402	1.1203	1.2073
0.9	1.3026	1.4079	1.5257	1.6593	1.8134	1.9957	2.2189	2.5066	2.9120	3.6052



付表-2 ワイブル分布の累積分布関数値  $p$  に対する標準化変数  $u_W$  ( $\lambda = 2$ )

$p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	-2.0000	-1.9156	-1.8826	-1.8576	-1.8367	-1.8184	-1.8018	-1.7867	-1.7727	-1.7595
0.0	-2.0000	-1.7471	-1.6474	-1.5713	-1.5072	-1.4506	-1.3993	-1.3520	-1.3077	-1.2659
0.1	-1.2262	-1.1882	-1.1516	-1.1163	-1.0821	-1.0489	-1.0166	-0.9850	-0.9541	-0.9238
0.2	-0.8940	-0.8648	-0.8360	-0.8076	-0.7796	-0.7519	-0.7245	-0.6974	-0.6706	-0.6439
0.3	-0.6175	-0.5912	-0.5651	-0.5391	-0.5133	-0.4875	-0.4619	-0.4363	-0.4107	-0.3852
0.4	-0.3597	-0.3343	-0.3088	-0.2833	-0.2578	-0.2323	-0.2066	-0.1810	-0.1552	-0.1293
0.5	-0.1033	-0.0772	-0.0510	-0.0246	0.0020	0.0288	0.0558	0.0830	0.1104	0.1381
0.6	0.1661	0.1944	0.2230	0.2519	0.2812	0.3110	0.3411	0.3717	0.4028	0.4345
0.7	0.4667	0.4995	0.5329	0.5671	0.6021	0.6379	0.6745	0.7122	0.7509	0.7908
0.8	0.8320	0.8746	0.9188	0.9647	1.0125	1.0626	1.1151	1.1704	1.2290	1.2914
0.9	1.3583	1.4306	1.5094	1.5965	1.6943	1.8064	1.9387	2.1025	2.3218	2.6707

付表一3 ワイブル分布の累積分布関数値  $p$  に対する標準化変数  $u_W$  ( $\lambda = 3$ )

$p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	-3.0000	-2.5867	-2.4902	-2.4235	-2.3710	-2.3269	-2.2886	-2.2545	-2.2236	-2.1953
0.0	-3.0000	-2.1691	-1.9736	-1.8377	-1.7300	-1.6391	-1.5596	-1.4884	-1.4235	-1.3636
0.1	-1.3078	-1.2554	-1.2058	-1.1587	-1.1137	-1.0706	-1.0291	-0.9891	-0.9503	-0.9128
0.2	-0.8763	-0.8407	-0.8060	-0.7721	-0.7390	-0.7065	-0.6746	-0.6433	-0.6125	-0.5822
0.3	-0.5523	-0.5228	-0.4937	-0.4649	-0.4365	-0.4083	-0.3804	-0.3528	-0.3254	-0.2982
0.4	-0.2711	-0.2443	-0.2175	-0.1909	-0.1644	-0.1381	-0.1117	-0.0855	-0.0593	-0.0331
0.5	-0.0070	0.0192	0.0453	0.0715	0.0977	0.1240	0.1504	0.1768	0.2034	0.2300
0.6	0.2569	0.2838	0.3110	0.3384	0.3660	0.3938	0.4219	0.4503	0.4790	0.5080
0.7	0.5375	0.5674	0.5977	0.6285	0.6598	0.6918	0.7243	0.7576	0.7917	0.8266
0.8	0.8624	0.8992	0.9372	0.9765	1.0172	1.0595	1.1037	1.1499	1.1985	1.2499
0.9	1.3047	1.3634	1.4269	1.4965	1.5738	1.6616	1.7641	1.8891	2.0538	2.3096

付表-4 ワイブル分布の累積分布関数値  $p$  に対する標準化変数  $u_W$  ( $\lambda = 5$ )

$p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	-5.0000	-3.3596	-3.1511	-3.0170	-2.9159	-2.8340	-2.7646	-2.7041	-2.6504	-2.6020
0.0	-5.0000	-2.5578	-2.2452	-2.0431	-1.8899	-1.7649	-1.6586	-1.5654	-1.4821	-1.4066
0.1	-1.3373	-1.2730	-1.2130	-1.1567	-1.1035	-1.0529	-1.0048	-0.9587	-0.9146	-0.8721
0.2	-0.8311	-0.7915	-0.7531	-0.7158	-0.6796	-0.6443	-0.6100	-0.5764	-0.5435	-0.5113
0.3	-0.4798	-0.4489	-0.4185	-0.3886	-0.3592	-0.3302	-0.3016	-0.2734	-0.2456	-0.2181
0.4	-0.1909	-0.1640	-0.1373	-0.1108	-0.0846	-0.0586	-0.0328	-0.0071	0.0184	0.0436
0.5	0.0691	0.0943	0.1194	0.1444	0.1694	0.1943	0.2193	0.2442	0.2691	0.2941
0.6	0.3191	0.3442	0.3693	0.3945	0.4199	0.4454	0.4710	0.4968	0.5229	0.5491
0.7	0.5756	0.6024	0.6294	0.6569	0.6847	0.7129	0.7415	0.7707	0.8005	0.8308
0.8	0.8619	0.8937	0.9263	0.9599	0.9946	1.0305	1.0678	1.1066	1.1473	1.1901
0.9	1.2354	1.2837	1.3357	1.3922	1.4547	1.5250	1.6063	1.7046	1.8323	2.0273

付表一5 ベータ分布の累積分布関数値  $p$  に対する標準化変数  $u_B$  ( $\lambda=1, \nu=3$ )

$p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	-1.0000	-1.0000	-1.0000	-1.0000	-1.0000	-0.9999	-0.9999	-0.9999	-0.9998	-0.9998
0.01	-1.0000	-0.9998	-0.9990	-0.9978	-0.9961	-0.9938	-0.9911	-0.9879	-0.9842	-0.9800
0.02	-0.9753	-0.9701	-0.9644	-0.9582	-0.9514	-0.9442	-0.9365	-0.9283	-0.9195	-0.9103
0.03	-0.9005	-0.8902	-0.8794	-0.8680	-0.8561	-0.8437	-0.8308	-0.8173	-0.8033	-0.7888
0.04	-0.7736	-0.7580	-0.7418	-0.7250	-0.7076	-0.6897	-0.6712	-0.6521	-0.6324	-0.6121
0.05	-0.5912	-0.5697	-0.5476	-0.5248	-0.5014	-0.4774	-0.4527	-0.4273	-0.4013	-0.3746
0.06	-0.3472	-0.3191	-0.2903	-0.2608	-0.2305	-0.1994	-0.1676	-0.1350	-0.1016	-0.0674
0.07	-0.0323	0.0036	0.0404	0.0782	0.1168	0.1564	0.1969	0.2385	0.2811	0.3248
0.08	0.3695	0.4155	0.4626	0.5109	0.5605	0.6114	0.6637	0.7175	0.7727	0.8296
0.09	0.8881	0.9485	1.0106	1.0748	1.1412	1.2098	1.2808	1.3546	1.4312	1.5111
0.10	1.5946	1.6820	1.7740	1.8713	1.9748	2.0859	2.2065	2.3399	2.4919	2.6767

付表-6 ベータ分布の累積分布関数値  $p$  に対する標準化変数  $u_B$  ( $\lambda = 2, \nu = 1$ )

$p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	-2.0000	-1.9719	-1.9553	-1.9414	-1.9289	-1.9175	-1.9068	-1.8966	-1.8869	-1.8776
0.0	-2.0000	-1.8667	-1.7907	-1.7248	-1.6655	-1.6108	-1.5592	-1.5102	-1.4633	-1.4180
0.1	-1.3741	-1.3314	-1.2898	-1.2492	-1.2094	-1.1703	-1.1319	-1.0940	-1.0568	-1.0200
0.2	-0.9837	-0.9476	-0.9124	-0.8772	-0.8424	-0.8079	-0.7737	-0.7398	-0.7061	-0.6726
0.3	-0.6394	-0.6063	-0.5734	-0.5407	-0.5082	-0.4758	-0.4435	-0.4113	-0.3793	-0.3473
0.4	-0.3155	-0.2837	-0.2520	-0.2204	-0.1888	-0.1572	-0.1257	-0.0943	-0.0628	-0.0314
0.5	0.0000	0.0314	0.0628	0.0943	0.1257	0.1572	0.1888	0.2204	0.2520	0.2837
0.6	0.3155	0.3473	0.3793	0.4113	0.4435	0.4758	0.5082	0.5407	0.5734	0.6063
0.7	0.6394	0.6726	0.7061	0.7398	0.7737	0.8079	0.8424	0.8772	0.9124	0.9478
0.8	0.9837	1.0200	1.0568	1.0940	1.1319	1.1703	1.2094	1.2492	1.2898	1.3314
0.9	1.3741	1.4180	1.4633	1.5102	1.5592	1.6108	1.6655	1.7248	1.7907	1.8687

付表一七 ベータ分布の累積分布関数値  $p$  に対する標準化変数  $u_B$  ( $\lambda = 3, \nu = 1$ )

$p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	-3.0000	-2.5401	-2.4476	-2.3845	-2.3351	-2.2938	-2.2579	-2.2261	-2.1972	-2.1705
0.0	-3.0000	-2.1464	-1.9637	-1.8362	-1.7344	-1.6481	-1.5721	-1.5036	-1.4409	-1.3826
0.1	-1.3284	-1.2770	-1.2283	-1.1818	-1.1372	-1.0944	-1.0530	-1.0129	-0.9741	-0.9363
0.2	-0.8994	-0.8635	-0.8283	-0.7939	-0.7601	-0.7269	-0.6943	-0.6622	-0.6306	-0.5994
0.3	-0.5686	-0.5381	-0.5080	-0.4783	-0.4488	-0.4195	-0.3906	-0.3618	-0.3332	-0.3048
0.4	-0.2766	-0.2486	-0.2206	-0.1928	-0.1651	-0.1374	-0.1099	-0.0823	-0.0549	-0.0274
0.5	0.0000	0.0274	0.0549	0.0823	0.1099	0.1374	0.1651	0.1928	0.2206	0.2486
0.6	0.2766	0.3048	0.3332	0.3618	0.3906	0.4195	0.4488	0.4783	0.5080	0.5381
0.7	0.5686	0.5994	0.6306	0.6622	0.6943	0.7269	0.7601	0.7939	0.8283	0.8635
0.8	0.8994	0.9363	0.9741	1.0129	1.0530	1.0944	1.1372	1.1818	1.2263	1.2771
0.9	1.3284	1.3826	1.4409	1.5036	1.5721	1.6481	1.7344	1.8362	1.9637	2.1464

付表-8 ベータ分布の累積分布関数値  $p$  に対する標準化変数  $u_B$  ( $\lambda = 3, \nu = 1.5$ )

$p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	-3.0000	-2.4315	-2.3375	-2.2746	-2.2258	-2.1853	-2.1504	-2.1196	-2.0916	-2.0664
0.0	-3.0000	-2.0430	-1.8700	-1.7507	-1.6561	-1.5762	-1.5060	-1.4430	-1.3853	-1.3319
0.1	-1.2819	-1.2347	-1.1900	-1.1473	-1.1063	-1.0669	-1.0288	-0.9920	-0.9562	-0.9213
0.2	-0.8874	-0.8541	-0.8216	-0.7898	-0.7585	-0.7277	-0.6975	-0.6676	-0.6382	-0.6091
0.3	-0.5804	-0.5520	-0.5238	-0.4959	-0.4682	-0.4408	-0.4135	-0.3864	-0.3594	-0.3326
0.4	-0.3059	-0.2792	-0.2527	-0.2262	-0.1997	-0.1733	-0.1469	-0.1205	-0.0941	-0.0677
0.5	-0.0412	-0.0147	0.0119	0.0386	0.0654	0.0923	0.1193	0.1465	0.1739	0.2014
0.6	0.2291	0.2571	0.2853	0.3137	0.3425	0.3715	0.4009	0.4306	0.4607	0.4912
0.7	0.5222	0.5537	0.5857	0.6182	0.6514	0.6852	0.7198	0.7552	0.7914	0.8285
0.8	0.8667	0.9060	0.9466	0.9885	1.0320	1.0773	1.1245	1.1739	1.2259	1.2803
0.9	1.3393	1.4019	1.4695	1.5435	1.6254	1.7179	1.8253	1.9552	2.1239	2.3793

付表-9 ゲンベル分布の累積分布関数値 p に対する標準化変数  $u_g$

p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	$-\infty$	-1.9569	-1.8745	-1.8219	-1.7823	-1.7501	-1.7228	-1.6990	-1.6777	-1.6584
0.0	$-\infty$	-1.6408	-1.5136	-1.4283	-1.3615	-1.3055	-1.2566	-1.2126	-1.1725	-1.1352
0.1	-1.1003	-1.0674	-1.0360	-1.0060	-0.9772	-0.9493	-0.9223	-0.8961	-0.8705	-0.8456
0.2	-0.8211	-0.7971	-0.7735	-0.7503	-0.7274	-0.7047	-0.6823	-0.6602	-0.6382	-0.6164
0.3	-0.5948	-0.5733	-0.5518	-0.5305	-0.5092	-0.4880	-0.4668	-0.4456	-0.4244	-0.4031
0.4	-0.3819	-0.3606	-0.3392	-0.3178	-0.2963	-0.2746	-0.2528	-0.2309	-0.2089	-0.1867
0.5	-0.1643	-0.1417	-0.1189	-0.0958	-0.0725	-0.0489	-0.0251	-0.0009	0.0236	0.0485
0.6	0.0737	0.0993	0.1254	0.1520	0.1790	0.2066	0.2347	0.2634	0.2928	0.3229
0.7	0.3538	0.3854	0.4179	0.4514	0.4858	0.5214	0.5581	0.5962	0.6357	0.6767
0.8	0.7194	0.7641	0.8109	0.8600	0.9118	0.9666	1.0249	1.0870	1.1538	1.2260
0.9	1.3046	1.3909	1.4870	1.5952	1.7196	1.8658	2.0438	2.2722	2.5923	3.1367



付表-10 対数正規分布の累積分布関数値  $p$  に対する標準化変数  $u_L$  ( $V = 0.1$ )

$p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	-10.0000	-2.6892	-2.5329	-2.4351	-2.3626	-2.3043	-2.2552	-2.2127	-2.1750	-2.1412
0.0	-10.0000	-2.1103	-1.8929	-1.7518	-1.6440	-1.5553	-1.4791	-1.4117	-1.3509	-1.2953
0.1	-1.2437	-1.1955	-1.1501	-1.1071	-1.0662	-1.0270	-0.9893	-0.9530	-0.9179	-0.8839
0.2	-0.8509	-0.8187	-0.7873	-0.7566	-0.7266	-0.6971	-0.6681	-0.6397	-0.6116	-0.5840
0.3	-0.5567	-0.5298	-0.5032	-0.4768	-0.4507	-0.4249	-0.3991	-0.3736	-0.3483	-0.3230
0.4	-0.2979	-0.2729	-0.2480	-0.2232	-0.1984	-0.1736	-0.1488	-0.1241	-0.0993	-0.0745
0.5	-0.0496	-0.0247	0.0003	0.0254	0.0506	0.0759	0.1014	0.1270	0.1528	0.1789
0.6	0.2050	0.2315	0.2582	0.2853	0.3126	0.3403	0.3683	0.3967	0.4256	0.4549
0.7	0.4847	0.5151	0.5460	0.5776	0.6099	0.6429	0.6767	0.7114	0.7471	0.7839
0.8	0.8218	0.8610	0.9017	0.9440	0.9881	1.0342	1.0826	1.1336	1.1877	1.2454
0.9	1.3073	1.3743	1.4475	1.5285	1.6197	1.7246	1.8490	2.0038	2.2127	2.5493

付表—1 1 対数正規分布の累積分布関数値  $p$  に対する標準化変数  $u_L$  ( $V = 0.25$ )

$p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	-4.0000	-2.1868	-2.0896	-2.0273	-1.9802	-1.9419	-1.9094	-1.8810	-1.8556	-1.8326
0.0	-4.0000	-1.8116	-1.6596	-1.5578	-1.4783	-1.4117	-1.3537	-1.3017	-1.2543	-1.2105
0.1	-1.1695	-1.1309	-1.0943	-1.0593	-1.0258	-0.9935	-0.9622	-0.9319	-0.9025	-0.8738
0.2	-0.8457	-0.8183	-0.7913	-0.7649	-0.7389	-0.7132	-0.6879	-0.6629	-0.6382	-0.6137
0.3	-0.5895	-0.5654	-0.5415	-0.5178	-0.4942	-0.4707	-0.4472	-0.4239	-0.4006	-0.3773
0.4	-0.3541	-0.3309	-0.3076	-0.2843	-0.2610	-0.2377	-0.2142	-0.1907	-0.1671	-0.1433
0.5	-0.1194	-0.0954	-0.0712	-0.0468	-0.0223	0.0025	0.0275	0.0528	0.0783	0.1042
0.6	0.1303	0.1568	0.1837	0.2110	0.2386	0.2668	0.2954	0.3245	0.3542	0.3845
0.7	0.4154	0.4470	0.4794	0.5126	0.5466	0.5816	0.6177	0.6548	0.6932	0.7329
0.8	0.7741	0.8169	0.8616	0.9082	0.9572	1.0087	1.0631	1.1209	1.1825	1.2487
0.9	1.3203	1.3984	1.4846	1.5809	1.6905	1.8181	1.9717	2.1661	2.4344	2.8811

付表-12 対数正規分布の累積分布関数値  $p$  に対する標準化変数  $u_l$  ( $V = 0.5$ )

$p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	-2.0000	-1.5845	-1.5407	-1.5115	-1.4889	-1.4702	-1.4540	-1.4396	-1.4267	-1.4149
0.0	-2.0000	-1.4039	-1.3220	-1.2643	-1.2176	-1.1775	-1.1418	-1.1091	-1.0789	-1.0505
0.1	-1.0235	-0.9978	-0.9731	-0.9493	-0.9261	-0.9037	-0.8817	-0.8602	-0.8391	-0.8184
0.2	-0.7980	-0.7778	-0.7579	-0.7382	-0.7186	-0.6992	-0.6799	-0.6608	-0.6417	-0.6226
0.3	-0.6037	-0.5847	-0.5657	-0.5468	-0.5278	-0.5088	-0.4898	-0.4707	-0.4515	-0.4323
0.4	-0.4129	-0.3935	-0.3739	-0.3541	-0.3343	-0.3142	-0.2940	-0.2736	-0.2530	-0.2322
0.5	-0.2111	-0.1898	-0.1683	-0.1464	-0.1242	-0.1017	-0.0789	-0.0557	-0.0321	-0.0082
0.6	0.0163	0.0412	0.0665	0.0925	0.1189	0.1460	0.1737	0.2020	0.2311	0.2610
0.7	0.2917	0.3233	0.3558	0.3894	0.4241	0.4601	0.4973	0.5360	0.5763	0.6183
0.8	0.6622	0.7082	0.7565	0.8075	0.8615	0.9188	0.9799	1.0455	1.1162	1.1930
0.9	1.2771	1.3700	1.4740	1.5920	1.7286	1.8906	2.0901	2.3494	2.7196	3.3682

付表-13 対数正規分布の累積分布関数値  $p$  に対する標準化変数  $u_L$  ( $V = 1.0$ )

$p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	-1.0000	-0.9460	-0.9356	-0.9282	-0.9223	-0.9172	-0.9127	-0.9086	-0.9048	-0.9013
0.0	-1.0000	-0.8981	-0.8721	-0.8523	-0.8354	-0.8202	-0.8062	-0.7930	-0.7805	-0.7684
0.1	-0.7567	-0.7453	-0.7341	-0.7232	-0.7123	-0.7016	-0.6910	-0.6805	-0.6700	-0.6595
0.2	-0.6491	-0.6387	-0.6282	-0.6178	-0.6073	-0.5967	-0.5861	-0.5755	-0.5647	-0.5539
0.3	-0.5430	-0.5321	-0.5210	-0.5097	-0.4984	-0.4869	-0.4753	-0.4636	-0.4517	-0.4396
0.4	-0.4274	-0.4149	-0.4023	-0.3895	-0.3764	-0.3631	-0.3496	-0.3358	-0.3218	-0.3075
0.5	-0.2929	-0.2780	-0.2627	-0.2472	-0.2312	-0.2149	-0.1982	-0.1810	-0.1635	-0.1454
0.6	-0.1269	-0.1078	-0.0881	-0.0679	-0.0470	-0.0254	-0.0032	0.0199	0.0437	0.0685
0.7	0.0942	0.1209	0.1487	0.1778	0.2081	0.2398	0.2731	0.3081	0.3449	0.3838
0.8	0.4249	0.4686	0.5152	0.5649	0.6183	0.6758	0.7382	0.8062	0.8807	0.9632
0.9	1.0552	1.1591	1.2778	1.4160	1.5802	1.7811	2.0373	2.3848	2.9090	3.9049